



João Pedro Mendonça
Klinsmann Oliveira Costa
Marcelo Henrique Araujo
Maxwell Jonathan Azevedo Santos
Túlio de Paulo Corrêa

Trabalho Acadêmico Integrador

Pré-modelagem de uma hélice de passo fixo

Arcos, MG

29 de novembro de 2017

João Pedro Mendonça
Klinsmann Oliveira Costa
Marcelo Henrique Araujo
Maxwell Jonathan Azevedo Santos
Túlio de Paulo Corrêa

Trabalho Acadêmico Integrador
Pré-modelagem de uma hélice de passo fixo

Projeto apresentado à disciplina de TAI-
Trabalho Acadêmico Integrador do curso de En-
genharia Mecânica ministrado no Instituto Fe-
deral de Minas Gerais, campus Arcos

Instituto Federal de Minas Gerais
Campus Arcos
Graduação em Engenharia Mecânica

Orientador: Francisco de Sousa Júnior

Arcos, MG
29 de novembro de 2017

Resumo

O propósito deste trabalho é modelar e simular uma hélice de passo fixo, utilizando o software SolidWorks. No trabalho será apresentado os diferentes modelos de hélices, destacando-se a importância de busca uma melhor eficiência e por fim as aplicações das disciplinas cursadas no segundo período sendo fundamental para elaboração e resolução dos cálculos apresentados no decorrer do projeto.

Palavras-chave: hélice, passo, eficiência.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Hélice : tratora e propulsora	8
Figura 2 – Gráfico de eficiência	9
Figura 3 – Passo geométrico e efetivo	9
Figura 4 – Hélice de passo fixo	10
Figura 5 – Hélices ajustáveis no solo	10
Figura 6 – Hélice de passo controlável	11
Figura 7 – Hélice de passo reversível	11
Figura 8 – Modelagem 3D	12
Figura 9 – Deslocamento angular do ponto A até o ponto B	21
Figura 10 – Cálculo da parte inferior	26
Figura 11 – Cálculo da parte superior	26
Figura 12 – Modelagem da hélice	27
Figura 13 – Modelagem finalizada	27
Figura 14 – Script parte de cima da hélice	28
Figura 15 – Gráfico regressão linear parte de cima da hélice	28
Figura 16 – Script parte de cima da hélice	29
Figura 17 – Gráfico regressão linear parte de baixo da hélice	29

Lista de tabelas

Tabela 1 – Comparações de melhor tipo de hélice	15
Tabela 2 – Erro de medição das áreas	18
Tabela 3 – Erro de medição da trena	19
Tabela 4 – Erro medição trena	19
Tabela 5 – Medidas parte superior da pá da hélice	20
Tabela 6 – Medidas da parte inferior da pá da hélice	20

Sumário

1	INTRODUÇÃO	6
2	OBJETIVOS	7
2.1	Objetivos gerais	7
2.2	Objetivos específicos	7
3	JUSTIFICATIVA	7
4	REFERÊNCIAL TEÓRICO	8
4.1	Hélices	8
4.2	Classificação de hélices	8
4.3	Passo de uma hélice	9
4.4	Classificações de passos	10
5	METODOLOGIA	12
5.1	Métodos e técnicas utilizadas	12
5.2	Materiais e equipamentos	13
6	APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS	14
6.1	Análise de tipos de hélice	14
6.2	Comparação entre dois métodos para cálculo da área	15
6.3	Rotação	19
6.4	Momento de inércia	22
7	CONCLUSSÕES	23
	ANEXOS	25
	ANEXO A – SCRIPT DO CÁLCULO DA FUNÇÃO	26
	ANEXO B – MODELAGEM EM SOLIDWORKS	27
	ANEXO C – GRÁFICOS DA REGRESSÃO LINEAR	28

1 Introdução

A hélice é uma unidade do avião que absorve a força fornecida pelo o motor, que tem passado por grande desenvolvimento, devido as suas características específicas, assim havendo diversos modelos e tipos de hélices, uma particularidade de cada hélice que é explorada é o passo, que influencia no desempenho de voo de cada aeronave.

A hélice de uma aeronave consiste de duas ou mais pás fixadas em um cubo central ou cárter, sendo cada pá uma asa rotativa. Como um resultado da construção à pá da hélice produz uma força, que cria uma tração para puxar ou empurar a aeronave através do ar, sendo a força necessária para girar é fornecida pelo motor.

2 Objetivos

2.1 Objetivos gerais

O presente trabalho tem como finalidade o desenvolvimento e a expressão gráfica, utilizando o software SolidWorks, que auxiliou na construção do projeto de pré-modelagem de uma hélice de passo fixo e na simulação 3D da mesma.

2.2 Objetivos específicos

- Aplicar disciplinas já vista no curso
- Realizar um estudo do funcionamento da hélice de passo fixo
- Modelação da hélice de passo fixo no SolidWorks

3 Justificativa

A ideia inicial do grupo foi desenvolver a modelagem do motor turbofan de um avião, onde o mesmo é utilizado para gerar impulso as aeronaves, para que atinjam altas velocidades. Após algumas pesquisas sobre o turbofan, o grupo procurou o orientador de TAI II, onde chegaram à conclusão de que elaborar essa pesquisa seria muito complexo com o pouco embasamento do grupo em relação a assuntos específicos que o projeto abrange. Após o acontecido, sem deixar de lado a pretensão do grupo de realizar o projeto relacionado a aviação, foi proposto fazer a modelagem de uma hélice de passo, com duas pás.

4 Referencial teórico

4.1 Hélices

Hélice é um termo que designa um conjunto de pás com um mesmo centro, que ao ser girado segundo o seu eixo causa propulsão e cada pá descreve no espaço uma trajetória. Esse instrumento de propulsão ou tração está geralmente acoplado a algum tipo de motor, que empurra o que está ao redor (geralmente ar ou a água) convertendo energia rotacional em translacional e deslocando o objeto a que se encontra acoplado a aviões e helicópteros.

A palavra hélice vem da forma geométrica que ela forma em seu movimento, assim o nome se designou da curva helicoidal.

4.2 Classificação de hélices

Hélices tratoras

São hélices montadas na parte anterior de um eixo com o propósito de puxar a aeronave. A maioria das aeronaves são equipadas com este tipo de hélices. A maior vantagem das hélices tratoras é que baixos esforços são induzidos em uma hélice, que gira em um ar relativamente calmo.

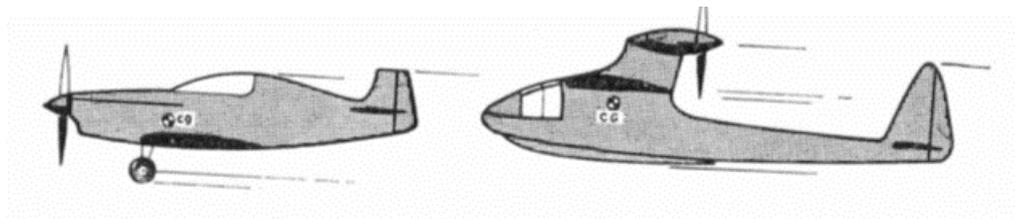


Figura 1 – Hélice : tratora e propulsora

Fonte : <http://slideplayer.com.br/slide/1259665/> (Acessado em 24/11/2017).

Hélices propulsoras

São hélices instaladas na parte posterior do motor com o propósito de empurrar a aeronave. Utilizadas em aeronaves anfíbias e hidroaviões devido a distância da superfície. Nesse tipo de configuração é muito comum os danos pelo fato de estarem na parte posterior da aeronave recebendo todos detritos jogados pelos pneus, e também os jatos d'água jogados pelo casco da aeronave durante pousos e decolagens.

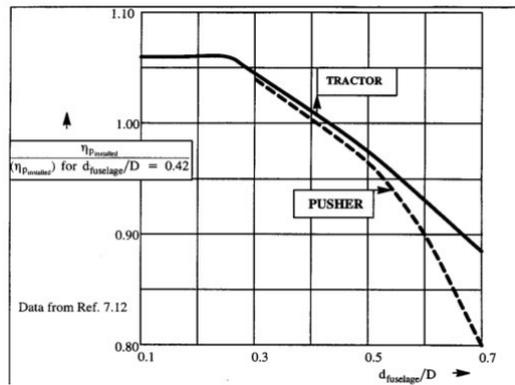


Figura 2 – Gráfico de eficiência

Fonte : <http://slideplayer.com.br/slide/1259665/> (Acessado em 24/11/2017).

A figura mostra a comparação entre a eficiência instalada de uma hélice tratora e outra propulsora como função da razão entre do diâmetro do corpo da fuselagem e o diâmetro da hélice. A eficiência da hélice é calculada pela razão entre a potência propulsiva e a potência cinética.

4.3 Passo de uma hélice

Á hélice avança uma determinada distância a cada rotação. Essa distância chama-se passo teórico ou passo geométrico. Mas o ar não é sólido e por isso a hélice sofre um escorregamento, avançando uma distância menor, que recebe o nome de passo efetivo ou avanço. A distância que deixou de avançar chama-se recuo.

Recuo da hélice é a diferença entre o passo geométrico e o passo efetivo da hélice. Passo geométrico é a distância que uma hélice deveria avançar em uma revolução. Passo efetivo é a distância real percorrida por uma revolução da hélice.

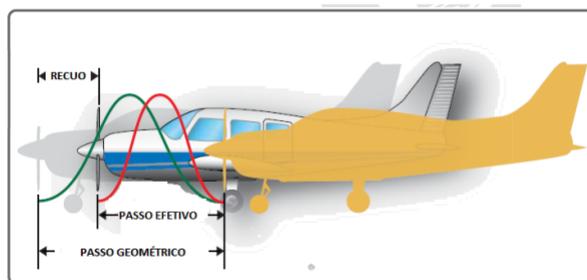


Figura 3 – Passo geométrico e efetivo

Fonte : <http://www.aerotd.com.br/decoleseufuturo/wp-content/uploads2015/05/H%C3%89LICES-.pdf> (Acessado em 24/11/2017).

4.4 Classificações de passos

Hélices de passo fixo

Conforme o nome indica, uma hélice de passo fixo tem o passo ou ângulo da pá já definido em sua construção. O ângulo da pá não pode ser modificado após a construção da hélice. As hélices de passo fixo são planejadas para melhor eficiência a uma determinada velocidade de rotação e deslocamento.



Figura 4 – Hélice de passo fixo

Fonte : <http://slideplayer.com.br/slide/1259665/> (Acessado em 24/11/2017).

Hélice de passo ajustável no solo

São hélices que operam como uma hélice de passo fixo. O passo ou ângulo da pá podem ser mudados somente quando a hélice não estiver girando. Isto é feito soltando-se a fixação do mecanismo que mantém as pás no lugar. Depois que o mecanismo de fixação estiver preso e acoplado, o passo das pás não poderá ser mudado em voo, para permitir as variações necessárias.



Figura 5 – Hélices ajustáveis no solo

Fonte : <http://slideplayer.com.br/slide/1259665/> (Acessado em 24/11/2017).

Hélice de passo controlável

Essa hélice permite uma mudança no passo ou ângulo da pá, enquanto ela estiver girando. Isto permite a hélice assumir um ângulo da pá que dê o melhor desempenho para uma particular

condição de voo. O número de posições de passo pode ser limitado como acontece com a hélice de passo controlável de duas posições, o passo pode ser controlável de duas posições ou o passo pode ser ajustado para qualquer ângulo, entre o passo mínimo e o máximo, de uma determinada hélice.



Figura 6 – Hélice de passo controlável

Fonte :<http://grupomotopropulsor.blogspot.com.br/2009/06/helices.html> (Acessado em 24/11/2017).

Hélice de passo reversível

Uma hélice de passo reverso é uma hélice controlável, na qual o ângulo da pá pode ser mudado para um valor negativo durante a operação. A finalidade do passo reverso é a de produzir uma tração negativa, a baixa velocidade, usando a potência do motor. Embora o passo reverso possa ser usado em voo para descidas em rotação, ele é usado principalmente como um freio aerodinâmico para reduzir a corrida no solo após o pouso.



Figura 7 – Hélice de passo reversível

Fonte :<http://grupomotopropulsor.blogspot.com.br/2009/06/helices.html> (Acessado em 24/11/2017).

5 Metodologia

5.1 Métodos e técnicas utilizadas

Para o desenvolvimento do trabalho, foi buscado conhecimentos sobre a hélice de passo fixo, onde foi feita uma visita técnica a empresa Agnus Aviação para conhecer melhor a metodologia da construção de uma aeronave e adquirir conhecimento sobre o tema, na visita foi doado ao grupo uma hélice de passo fixo feita de madeira, onde foi um ponto muito importante para o desenvolvimento das pesquisas e cálculos, por ser um tema muito específico, os fabricantes de hélice não disponibilizam dados da mesma por serem privados ao público, tendo assim maior dificuldade de estudar seus dados. Foi determinado desenvolver a modelagem de uma hélice de passo fixo de duas pás, com os seguintes temas abordados:

- Contexto histórico;
- Quais tipos existem;
- Como é seu funcionamento;
- Finalidade;
- Custo;
- Eficiência;

Para elaboração da hélice no software SolidWorks, foram pesquisados vários métodos de construção, e foi estudada qual seria a ideal para a construção.



Figura 8 – Modelagem 3D

Fonte : Próprios autores

Princípios de uma hélice

As pás da hélice agem como asas rotativas, produzem força obedecendo ao princípio de Bernoulli, que descreve o comportamento de um fluido que se move ao longo de uma corrente passando para os fluidos o princípio da conservação da energia e à 3ª lei de Newton, diz que a força representa a interação física entre duas partes distintas de um corpo. Criando uma diferença de pressões entre ambas as superfícies das pás.

5.2 Materiais e equipamentos

- Matlab(2015a)
- SolidWorks(2016)

6 Apresentação dos resultados

6.1 Análise de tipos de hélice

Ao longo do trabalho foram realizadas pesquisas a qual o grupo optaria para o projeto, logo após a escolha, foi realizado um visita técnica na Agnus Aviação, empresa de fabricação de aviões, a qual foi feito um levantamento do tipo de hélice optada por usar no modelo principal.

Na construção da hélice de passo fixo de madeira, onde ela não varia o ângulo de ataque para realizar o empuxo, podendo ser construída por gabaritos pré definidos sendo seguidas sobre um controle de qualidade onde não poderá conter imperfeições, no qual os materiais utilizados são todos especiais para sua construção. Não é qualquer empresa que poderá construir uma hélice por ser um equipamento muito específico e sendo um dos principais para o avião, onde não poderá ter qualidade inferior, nisso existem vários órgãos que fiscalizam a qualidade do produto para serem comercializadas, como a Agência Nacional de Aviação Civil (ANAC) que tem finalidade de fiscalizar o setor de aviação e a infraestrutura aeronáutica.

Existem vários tipos de hélice, como de madeira, alumínio, fibra de carbono, no qual cada uma tem uma construção específica e conseqüentemente menor peso e maior desempenho. Na construção de uma hélice ela é submetida ao equilíbrio e balanceamento, no qual não poderá ter uma diferença brusca fazendo diferença na sua utilização podendo ter menor desempenho do esperado sendo que uma pá trabalhara diferente da outra por conta de ter maior peso que sua oposta.

Os dados da tabela a seguir são comparados para obter qual é a eficiência de cada modelo de hélice, foi usado para fazer a comparação: tipo de material e custo, as comparações foram feitas para obter o resultado de qual hélice que melhor pode ser usada em determinado local. Os seguintes dados foram comparados para aviões da categoria Light Sport Aircraft com o motor Rotax 912s de 100hp ou equivalente a ele.

A hélice de passo ajustável no solo é a hélice utilizada pela empresa devido sua regulagem de passo em ambientes climáticos diferentes, sendo de fibra de carbono, como também proporcionando uma massa menor.

	Material	Eficiência	Custo
Passo Fixo	Madeira	Média	Baixo
	Alumínio	Média	Médio
	Fibra de carbono	Média	Médio
Passo Ajustável no solo	Madeira	Média/Alta	Baixo
	Alumínio	Média/Alta	Médio
	Fibra de carbono	Média/Alta	Alto
Passo controlável	Madeira	Alta	Médio
	Alumínio	Alta	Alto
	Fibra de carbono	Alta	Alto

Tabela 1 – Comparações de melhor tipo de hélice

6.2 Comparação entre dois métodos para cálculo da área

Cálculo com soma de riemann

Para estimar uma melhor aproximação sobre a área abaixo da curva, utiliza-se o cálculo de integrais, entretanto como não há função definida para esse tipo de curva, a melhor aproximação para área é a Soma de Riemann, onde esse método matemático consiste no somatório da área de retângulos do eixo x até o ponto y na curva.

Sua forma é dada da seguinte maneira:

$$\sum_{i=1}^n f(x) \times \Delta x$$

X	Y
0 mm	63 mm
72 mm	62 mm
144 mm	75 mm
216 mm	89 mm
288 mm	89 mm
360 mm	88 mm
432 mm	84 mm
504 mm	76 mm
576 mm	64 mm
648 mm	44 mm
720 mm	30 mm

X	Y
0 mm	27 mm
72 mm	29 mm
144 mm	32 mm
216 mm	36 mm
288 mm	39 mm
360 mm	40 mm
432 mm	41 mm
504 mm	39 mm
576 mm	37 mm
648 mm	36 mm
720 mm	30 mm

Onde quanto for maior o número de divisões n , melhor é a aproximação. Primeiro foi medido vendo a pá da hélice de forma frontal e logo em seguida a parte de trás, no primeiro cálculo vendo a pá de frente foi utilizado uma divisão e duas partes para facilitar os cálculos, pois a hélice não é simétrica, foi passado uma linha transversal rente ao eixo x dividindo ela em duas partes, sendo uma acima do eixo x e uma abaixo do eixo x . Na parte acima do eixo x foi medido a largura em x e os seus respectivos pontos em y , sendo o comprimento total em x de 720 mm dividido em 10 partes, sendo seus valores de x e y .

Fazendo somatório dos retângulos obtém-se uma aproximação da área abaixo da curva e acima da linha imaginária rente ao eixo X de $\simeq 23.472 \text{ mm}^2$.

Fazendo somatório dos retângulos obtém-se uma aproximação da área abaixo da curva e abaixo da linha imaginária rente ao eixo X de $\simeq 50.256 \text{ mm}^2$

Portanto a área total de uma pá da hélice de passo fixo é o somatório da primeira área com a segunda, sendo $\simeq 73.728 \text{ mm}^2$.

Cálculo com regressão linear

Com regressão linear e dados necessários podemos encontrar uma aproximação a área da pá da hélice, onde teríamos os dados em x sendo o comprimento e y para valores da altura. Utilizando a regressão linear e uma função quadrática podemos criar uma função no qual encontraríamos a melhor aproximação da área da pá da hélice. Com os dados da tabela, seria aplicado $A \times X = B$, porém ela é uma matriz de sistemas impossível. Para calcular teríamos que utilizar $(A^t \times A) \times \widehat{X} = A^t \times B$, onde $\widehat{X} = (A^t \times A)^{-1} \times A^t \times B$ e encontrando uma matriz no qual utilizaremos na integral definida que é de 0 mm a 720 mm e encontrando sua melhor aproximação. Para fazer os cálculos a pá da hélice foi dividida em duas partes, por a mesma não ser simétrica e podendo facilitar os cálculos necessários, tendo assim uma altura abaixo da linha do X e outra altura acima do X .

Com os devidos dados, foi montada a matriz $ax^2 + bx + c = y$. Sendo o comprimento total da pá da hélice de 720 mm.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 5184 & 72 & 1 \\ 20736 & 144 & 1 \\ 46656 & 216 & 1 \\ 82944 & 288 & 1 \\ 129600 & 360 & 1 \\ 186624 & 432 & 1 \\ 254016 & 504 & 1 \\ 331776 & 576 & 1 \\ 419904 & 648 & 1 \\ 518400 & 720 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 63 \\ 62 \\ 75 \\ 89 \\ 89 \\ 88 \\ 84 \\ 76 \\ 64 \\ 44 \\ 30 \end{bmatrix}$$

Com auxílio do software Matlab calculamos a $\widehat{X} = (A^t \times A)^{-1} \times A^t \times B$, foi obtido o seguinte resultado matricial:

$$X = \begin{bmatrix} -0.003 \\ 0.2105 \\ 56.3007 \end{bmatrix}$$

Utilizando os dados encontrados construímos uma Integral definida de 0 mm a 720 mm.

$$\int_0^{720} -0.0003x^2 + 0.2105x + 56.3007dx$$

Encontrando aproximadamente $\simeq 57,773mm^2$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 5184 & 72 & 1 \\ 20736 & 144 & 1 \\ 46656 & 216 & 1 \\ 82944 & 288 & 1 \\ 129600 & 360 & 1 \\ 186624 & 432 & 1 \\ 254016 & 504 & 1 \\ 331776 & 576 & 1 \\ 419904 & 648 & 1 \\ 518400 & 720 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27 \\ 29 \\ 32 \\ 36 \\ 39 \\ 40 \\ 41 \\ 40 \\ 39 \\ 37 \\ 36 \end{bmatrix}$$

Então fazendo os mesmos procedimentos para encontrar a área da parte de baixo do eixo x, utilizando $\widehat{X} = (A^t \times A)^{-1} \times A^t \times B$ e encontrando a seguinte matriz:

$$X = \begin{bmatrix} -0.0001 \\ 0.0632 \\ 25.7413 \end{bmatrix}$$

Utilizando os dados encontrados construímos a segunda Integral definida de 0 mm 720 mm.

$$\int_0^{720} -0.0001x^2 + 0.0632x + 25.7413dx$$

Encontrando aproximadamente $\simeq 22,473 \text{ mm}^2$

Sendo assim uma aproximação da área total da pá da hélice de $\simeq 80,246 \text{ mm}^2$

Erro de medição entre as duas áreas

Erro de medição das áreas encontradas pelos cálculos da soma de riemann e da regressão linear.

$$\text{Média das áreas} = \frac{\text{Área de regressão linear} + \text{Área soma de riemann}}{2}$$

Método	Área com regressão linear	Área com soma de riemann
Valores	80.24 mm^2	73.78 mm^2

$$\text{Média das áreas} = \frac{80.24 \text{mm}^2 + 73.78 \text{mm}^2}{2} = 77.01 \text{ mm}^2$$

Tabela 2 – Erro de medição das áreas

Leitura	Valor (x)	(x-média)	(x - média) ²
1	80.24	3.23	10.4329
2	73.78	-3.23	10.4329
Σ	154.2	0	20.8658

Desvio padrão: $\pm \sqrt{10,4329} = \pm 3,23$

Erro de medição = $(77,01 \pm 3,23) \text{ mm}^2$

Tabela 3 – Erro de medição da trena

Medições	1	2
Valor	6,2 mm	6 mm

$$Média = \left(\frac{Medição 1 + medição 2}{2} \right)$$

$$Média = \frac{6,2 + 6}{2}$$

$$Média = 6,1 \text{ mm}$$

Tabela 4 – Erro medição trena

Leitura	Valor	(x-média)	$(x - média)^2$
1	6,2	0,1	0,01
2	6	-0,1	0,01
Σ	12,2	0	0,02

$$\text{Desvio padrão} = \pm \sqrt{0,01} = \pm 0,1 \text{ mm}$$

$$\text{Erro de medição} = (6,1 \pm 0,1) \text{ mm}$$

Erros da altura

Utilizando a função $X = -0,0003x^2 + 0,2105x + 56.3007$ podemos encontrar o erro de altura em y da pá da hélice na parte superior, onde substituímos o valor de x e encontraremos um valor aproximado da altura, onde o valor encontrado menos o valor anterior da altura se encontra o erro da altura.

Fazendo o mesmo procedimento com parte inferior da pá da hélice, usando a função $-0.0001x^2 + 0.0632x + 25.7413$ onde se encontra o erro da altura em y, substituindo-se o valor de x da função.

6.3 Rotação

Para o estudo do movimento de rotação da hélice pode se aplica o conceito de rotação em torno de um eixo fixo, no qual todas as partes sofrem o mesmo deslocamento angular. Em fins matemáticos temos que a rotação, pode ser escrita como uma matriz, posteriormente iremos ter um transformação linear, com isso pode-se fazer o estudo da rotação em qualquer ângulo, considerando que o eixo x sendo fixo.

Tabela 5 – Medidas parte superior da pá da hélice

Valores de X	Medidas das alturas	Valores da função	Diferença dos valores
72 mm	62 mm	69.9 mm	+ 7.9 mm
144 mm	75 mm	80.3 mm	+ 5.3 mm
216 mm	89 mm	87.7 mm	- 1.3 mm
288 mm	89 mm	92.0 mm	+ 3 mm
360 mm	84 mm	93.2 mm	+ 5.2 mm
432 mm	84 mm	91.2 mm	+ 7.2 mm
504 mm	76 mm	86.1 mm	+ 10.1 mm
576 mm	64 mm	78.0 mm	+ 14 mm
648 mm	44 mm	66.7 mm	+ 22.7 mm
720 mm	30 mm	52.3 mm	+ 22.3 mm

Tabela 6 – Medidas da parte inferior da pá da hélice

Valores de X	Medidas das alturas	Valores da função	Difenças dos valores
72 mm	29 mm	29.7 mm	- 0.7 mm
144 mm	32 mm	32.7 mm	+ 0.7 mm
216 mm	36 mm	34.7 mm	- 1.3 mm
288 mm	39 mm	35.6 mm	- 3.4 mm
360 mm	40 mm	35.5 mm	- 4.5 mm
432 mm	41 mm	34.3 mm	- 6.7 mm
504 mm	40 mm	32.1 mm	- 7.9 mm
576 mm	39 mm	28.9 mm	- 10.1 mm
648 mm	37 mm	24.7 mm	- 12.3 mm
720 mm	36 mm	19.4 mm	- 16.4 mm

$$\begin{array}{l} x \rightarrow x' \\ y \rightarrow y' \\ z \rightarrow z' \end{array} \Rightarrow \begin{bmatrix} R_{xx} & R_{xy} & R_{xz} \\ R_{yx} & R_{yy} & R_{yz} \\ R_{zx} & R_{zy} & R_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}$$

Tem-se a matriz de transformação linear na qual é denominada por matriz de rotação :

$$R(\varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & -\text{sen}(\varphi) \\ 0 & \text{sen}(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix}$$

Mas para que essa matriz de rotação seja a exata, deve-se obedecer duas condições:

$$R^t = R^{-1} \text{ e } \det(r) = +1$$

Com essa matriz, pode-se realizar o estudo da rotação em quaisquer ângulo com por exemplo ;
Considerando tais coordenadas (0,51,39), rotacionando em $\varphi = 60$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & -\text{sen}(\varphi) \\ 0 & \text{sen}(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 51 \\ 39 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -11,3 \\ 21,68 \end{bmatrix}$$

Aceleração e velocidade angular

Deslocamento angular

Deslocamento angular é a medida algébrica do ângulo que define a posição do corpo, em relação à origem, com relação a variação da fase. O comprimento ΔS do arco AB nada mais é do que o espaço percorrido da hélice. Consideramos o deslocamento angular em módulo. Cálculo deslocamento angular

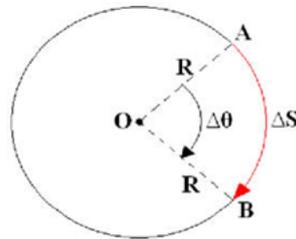


Figura 9 – Deslocamento angular do ponto A até o ponto B

Fonte : <http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/fisica/deslocamento-angular.htm> (acessado em 26/11/2017).

$$\Delta\Theta = \frac{\Delta S}{R}$$

$$A = 0, B = 0,840\text{m}$$

$$\Delta S = 0,840\text{m}, R = 0,780\text{m}$$

$$\Delta\Theta = \frac{0,840}{0,780}$$

$$\Delta\Theta = 1,0769\text{rad}$$

Velocidade angular

Conhecendo o deslocamento angular, pode ser calculado a velocidade angular : Considerando $\delta t = 60\text{s}$

$$\bar{W} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\bar{W} = \frac{1,0769}{60}$$

$$\bar{W} = 0,01794$$

Aceleração angular

Com a velocidade angular conhecida, pode ser calculado a aceleração angular :

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

$$\bar{\alpha} = \frac{0,01794}{60}$$

$$\bar{\alpha} = 0,000299$$

6.4 Momento de inércia

Momento de inércia expressa o grau de dificuldade em alterar o estado de movimento de um corpo em rotação. Quanto maior for o momento de inércia de um corpo, mais difícil será girá-lo ou alterar sua rotação.

Considerando a massa da hélice = 3kg

Raio = 78cm = 0,78m

$$I = \frac{m \times r^2}{3}$$

$$I = \frac{3 \times 0,78^2}{3}$$

$$I = 0,6084 (kg \times m^2)$$

Aplicando momento de inércia para calcular a energia cinética da rotação, quando a hélice está girando em torno do seu eixo, cada região tem uma velocidade diferente, mas todas as suas partes tem a mesma velocidade angular.

7 Conclusões

Como apresentado ao longo do trabalho à diversos tipos e modelos de hélice que são utilizados na aviação, à muitos fatores que influenciam na escolha de uma hélice, tais com massa do avião, ambiente que irar voar, altitute que irar alcançar entre outros. O mercado de desenvolvimento de modelagem da hélice é muito amplo devido à constante busca por uma maior eficiência.

O trabalho volto-se à aplicações das disciplinas já vista, tendo em vista que a aplicabilidade, vai a matérias mais específica do curso, como Mecânica dos Fluidos, que poderia ser abordado de forma mais abrangente o escoamento dos fluido.

Pode-se dizer que o objetivo geral do trabalho foi alcançado. Porém fica como sugestão para trabalhos futuros um estudo mais aprofundado sobre o passo da hélice, para que seja buscado uma maior eficiência, levando em conta mais aprofundamento da disciplina de Mecânica dos fluidos.

Referências

- ALBERTAZZI, A.; SOUZA, A. de. Fundamentos de metrologia científica e industrial. São Paulo: Pearson, 2008.
- ANTON, H.; RORRES, C. Álgebra Linear com aplicações. 10. ed. Porto Alegre: Bookman, 2012.
- HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. Fundamentos de Física. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.
- LEITHOLD, L. O Cálculo com Geometria Analítica. 3. ed. São Paulo, SP: Harbra, 1994
- ROSA, Edison . Introdução ao Projeto Aeronáutico. Disponível em:
<[http://www.ebah.com.br/
content/ABAAAf05YAG/introducao-ao-projeto-aeronautico-prof-edison-rosa-mod3-cap8](http://www.ebah.com.br/content/ABAAAf05YAG/introducao-ao-projeto-aeronautico-prof-edison-rosa-mod3-cap8)>.
Acesso em: 01 out. 2017.
- D.J. , Auld. Aerodynamics for students. Disponível em:
<[http://www-mdp.eng.cam.ac.uk/web/library/
enginfo/aerothermal-vd-only/aero/contents.html](http://www-mdp.eng.cam.ac.uk/web/library/enginfo/aerothermal-vd-only/aero/contents.html)>. Acesso em: 02 ago. 2017.

Anexos

ANEXO A – Script do cálculo da função

```

Editor - C:\Users\Tulio de Paulo\Desktop\Mat\calculodebaixo.m
Integral.m | algebraklis.m | algebraklis2.m | algebra.m | calculodebaixo.m | awe.m | +
1 - clear;clc
2 - % Calculando área parte inferior da pá da hélice
3 - % Utilizando Regressão Linear para encontrar área da pá
4 -
5 - MatrizA=[0 0 1;5184 72 1;20736 144 1;46656 216 1;82944 288 1;129600 360 1;186624 432 1;254016 504 1;331776 576 1;419904 648 1;518400 720 1]
6 - MatrizB=[27;29;32;36;39;40;41;40;39;37;36]
7 - C=MatrizA'
8 - D=MatrizA'*MatrizA
9 - E=MatrizA'*MatrizB
10 -
11 - F=inv(D)
12 - Resultado=F*E
13 -
Command Window
Resultado =
-0.0001
0.0632
25.7413
fx >>
script Ln 2 Col 33

```

Figura 10 – Cálculo da parte inferior

```

Editor - C:\Users\Tulio de Paulo\Desktop\Mat\algebra.m
Integral.m | algebraklis.m | algebraklis2.m | algebra.m | calculodebaixo.m | awe.m | +
1 - clear;clc
2 - % Calculando área parte superior da pá da hélice
3 - % Utilizando Regressão Linear para encontrar área da pá
4 - format short
5 -
6 -
7 - MatrizA=[0 0 1;5184 72 1;20736 144 1;46656 216 1;82944 288 1;129600 360 1;186624 432 1;254016 504 1;331776 576 1;419904 648 1;518400 720 1]
8 - MatrizB=[63;62;75;89;89;88;84;76;64;44;30]
9 - C=MatrizA';
10 - D=MatrizA'*MatrizA;
11 - E=MatrizA'*MatrizB;
12 -
13 - F=inv(D);
14 - Resultado=F*E
Command Window
Resultado =
-0.0003
0.2105
56.3007
fx >>
script Ln 4 Col 14

```

Figura 11 – Cálculo da parte superior

ANEXO C – Gráficos da regressão linear

Script e gráfico da parte de cima da hélice



```
1 clear;
2 clc;
3
4 x= 0:72:720 %Valores em x para comprimento de 0mm à 720mm da pá da hélice
5 y= (-0.0003*x.^2)+(0.2105*x)+(56.3007); %Função parte de cima da hélice
6
7 cftool(x,y) %Gráfico da regressão
```

Figura 14 – Script parte de cima da hélice

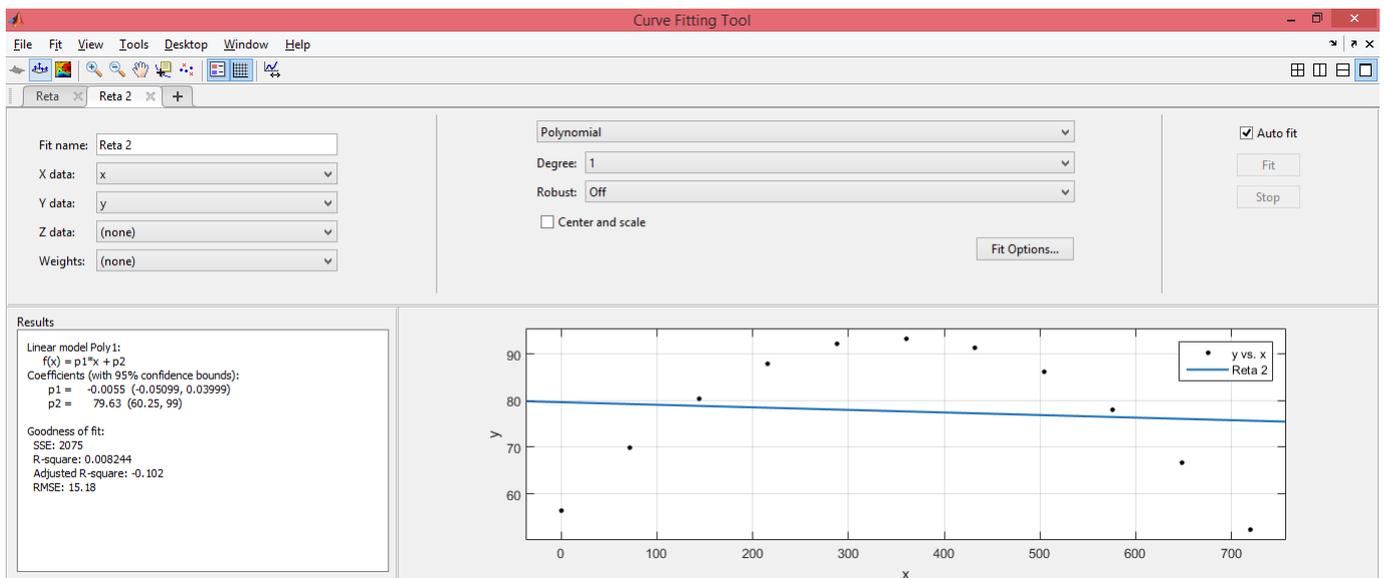
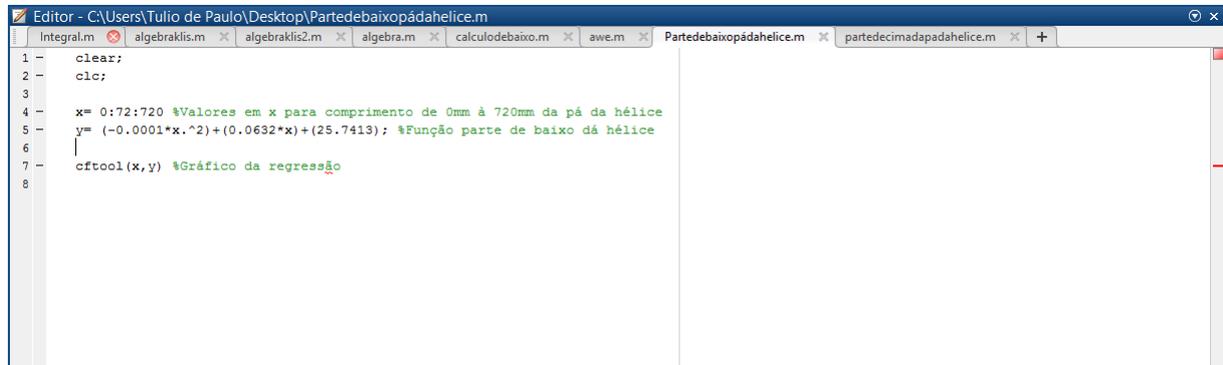


Figura 15 – Gráfico regressão linear parte de cima da hélice

Script e gráfico da parte de baixo da hélice



```
1 clear;
2 clc;
3
4 x= 0:72:720 %Valores em x para comprimento de 0mm à 720mm da pá da hélice
5 y= (-0.0001*x.^2)+(0.0632*x)+(25.7413); %Função parte de baixo da hélice
6
7 cftool(x,y) %Gráfico da regressão
8
```

Figura 16 – Script parte de cima da hélice

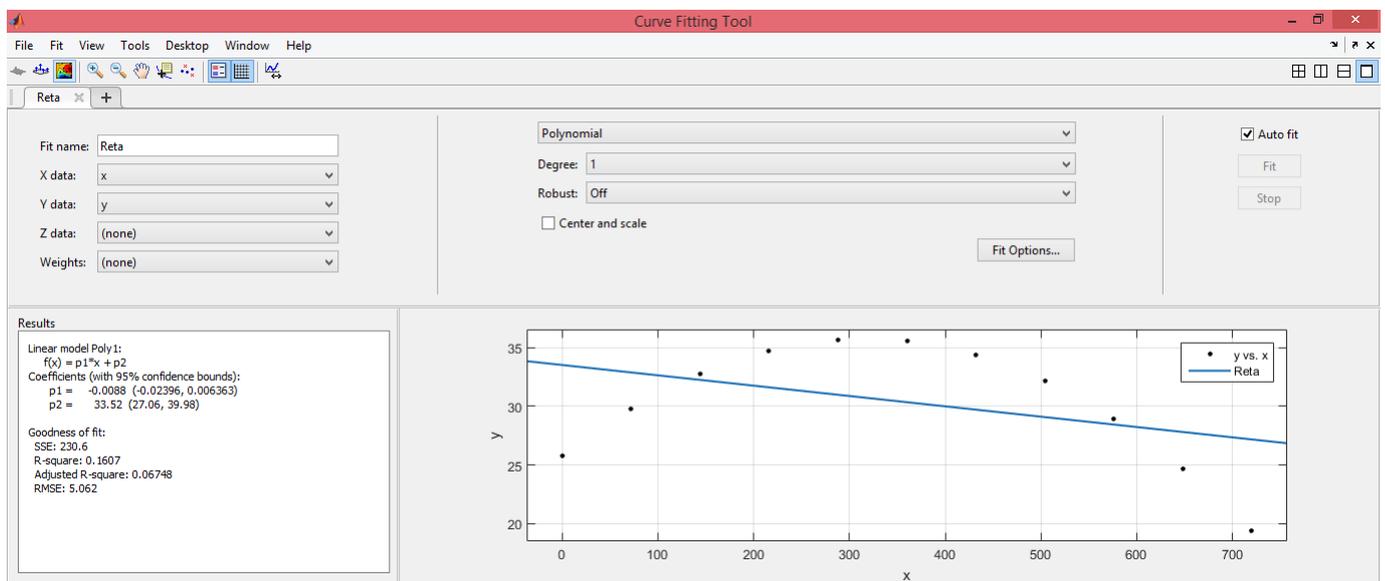


Figura 17 – Gráfico regressão linear parte de baixo da hélice