



**INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
MINAS GERAIS**

CAMPUS ARCOS

**GERALDO MAGELA
JOÃO VICTOR COSTA
LEONARDO SIMÕES NASCIMENTO
LUCAS DE SOUZA LEMOS
MATHEUS ARCANJO LARA**

**ESTUDO E MODELAGEM DE UM
SISTEMA DE REDUÇÃO POR ENGRENAGENS CILÍNDRICAS DE DENTES
RETOS**

ARCOS

2017

**GERALDO MAGELA
JOÃO VICTOR COSTA
LEONARDO SIMÕES NASCIMENTO
LUCAS DE SOUZA LEMOS
MATHEUS ARCANJO LARA**

RELATÓRIO DE TAI 2

Relatório apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Mecânica, do Instituto Federal de Minas Gerais – IFMG como requisito à aprovação parcial de todas as disciplinas.

Orientador: Francisco Júnior

**ARCOS
2017**

AGRADECIMENTOS

Agradecemos primeiramente a Deus! Sem Ele jamais teria sido possível a conclusão deste trabalho.

Aos nossos familiares, pelo apoio e incentivo, e aos professores.

EPÍGRAFE

“Se eu vi mais longe, foi por estar de pé sobre os ombros de gigantes.”

Isaac Newton.

RESUMO

No presente projeto foi desenvolvido um sistema de redução por engrenagens cilíndricas de dentes retos. É o modelo mais simples de engrenagem e mais usual devido ao seu baixo custo. O sistema tem o objetivo de aumentar o torque pela redução da rotação. Logo, foram feitos cálculos para dimensionar as engrenagens, eixos, a escolha das chavetas e rolamentos, e a aplicação das disciplinas estudadas. Além da modelagem e animação do sistema no *software Inventor*.

Palavras chave: Redução, engrenagens, eixos, chavetas.

Lista de Imagens

Figura 1 – Sistema de transmissão Mecânica.....	13
Figura 2 – Engrenagem Cilíndricas de dentes retos	14
Figura 3 – Esboço Projeto	22
Figura 4 – Motor.....	25
Figura 5 – Características geométricas 1	26
Figura 6 – Características geométricas 2.....	27
Figura 7 – Ângulo de pressão	30
Figura 8 – Torção do eixo.....	35
Figura 9 – Raios das Engrenagens.....	38
Figura 10 –Tipos de Chavetas	41
Figura 11 – Chaveta Quadrada	41
Figura 12 – Rolamento Fixo de uma Carreira de Esferas.....	43
Figura 13 – Folga entre dentes de engrenagens.....	45
Figura 14 – Furo base e eixo base	47
Figura 15 – Classes de ajustes	48
Figura 16 – Sistema Modelado.....	49
Figura 17 – Forças no dente da engrenagem	51
Figura 18 – Representação da área frontal da engrenagem	54
Figura 19 – Demonstração da área do dente da engrenagem	54
Figura 20 – Divisão da área do dente da engrenagem.....	55
Figura 21 – Parte 01 do dente da engrenagem	56
Figura 22 – Parte 02 do dente da engrenagem	56
Figura 23 – Parte 03 do dente da engrenagem	59
Figura 24 – Demonstração da área frontal do corpo da engrenagem	60
Figura 25 – Demonstração da área do eixo	61

Figura 26 – Demonstração das partes do rasgo da chaveta	62
Figura 27 – Parte 01 do rasgo da chaveta.....	62
Figura 28 – Parte 02 do rasgo da chaveta.....	63

Lista de Quadros

Quadro 1 – Cronograma de execução.....	17
Quadro 2 – Características do motor	25
Quadro 3 – Formulário para cálculos	28
Quadro 4 – Módulos normalizados	29
Quadro 5 – Dados de entrada das engrenagens	31
Quadro 6 – Dados de saída das engrenagens.....	32
Quadro 7 – Dimensão das engrenagens.....	33
Quadro 8 – Dados dos Aços	33
Quadro 9 – Resultado das Massas das Engrenagens	34
Quadro 10 – Fator de segurança.....	37
Quadro 11 – Velocidade das Engrenagens	39
Quadro 12 – Velocidades angulares	39
Quadro 13 – Torque e Diâmetro.....	40
Quadro 14 – Diâmetro exato dos eixos	40
Quadro 15 – Especificações chaveta e rasgo.....	42
Quadro 16 – Rolamentos	43
Quadro 17 – Folga circular do dente	45
Quadro 18 – Coordenadas da parte 02.....	57
Quadro 19 - Coordenadas da parte 03	59
Quadro 20 – Dimensões dos retângulos	63
Quadro 21 – Área e Volume Engrenagens	64
Quadro 22 – Características Aços	65
Quadro 23 – Massa das Engrenagens	65

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Rendimentos	19
Tabela 2 – Informações sobre os Aços	36
Tabela 3 – Rasgo Chaveta	76

Lista de Gráficos

Gráfico 1 – Histograma	19
Gráfico 2 – Rendimento da Redução da Rotação	20
Gráfico 3 – Rendimento do Ganho de Torque	21
Gráfico 4 – Nível de conhecimento sobre Sistema de Redução	50

Sumário

AGRADECIMENTOS	03
EPÍGRAFE	04
RESUMO	05
LISTA DE IMAGENS	06
LISTA DE QUADROS	08
LISTA DE TABELAS	09
LISTA DE GRÁFICOS.....	10
1 - INTRODUÇÃO	13
1.1 – Sistema de Transmissão.....	13
1.2 – O conceito de sistema de transmissão.....	14
2 - JUSTIFICATIVA.....	15
3 – REFERENCIAL TEÓRICO.....	15
4 – OBJETIVO GERAL.....	15
5 – OBJETIVOS ESPECÍFICOS	16
5.1 - Metas	16
5.2 - Cronograma.....	17
6 – MATERIAIS UTILIZADOS.....	18
7 - METODOLOGIA	18
7.1 – Metodologia utilizada no projeto.....	18
7.1.1 – Escolha do projeto	18
7.1.2 – Funcionamento de uma redução	21
7.1.2.1 – Motor e primeira engrenagem	22
7.1.2.2 – Segunda e terceira engrenagem	23
7.1.2.3 – Final do sistema.....	24
7.1.3 – A escolha do motor.....	24

7.1.4 - Engrenagens	26
7.1.5 – Cálculo do volume aproximado das engrenagens	33
7.1.6 – Eixos	34
7.1.7 – Chavetas	40
7.1.8 – Rolamentos	42
7.1.9 – Tolerância de alguns componentes do sistema de redução	44
7.1.10 – Modelagem	49
8 - CONCLUSÃO	50
Apêndice A	51
Apêndice B	52
Apêndice C	54
Apêndice D	66
Apêndice E	68
Apêndice F.....	70
Apêndice G.....	72
Apêndice H.....	75
Anexo A.....	76
REFERÊNCIAS	77

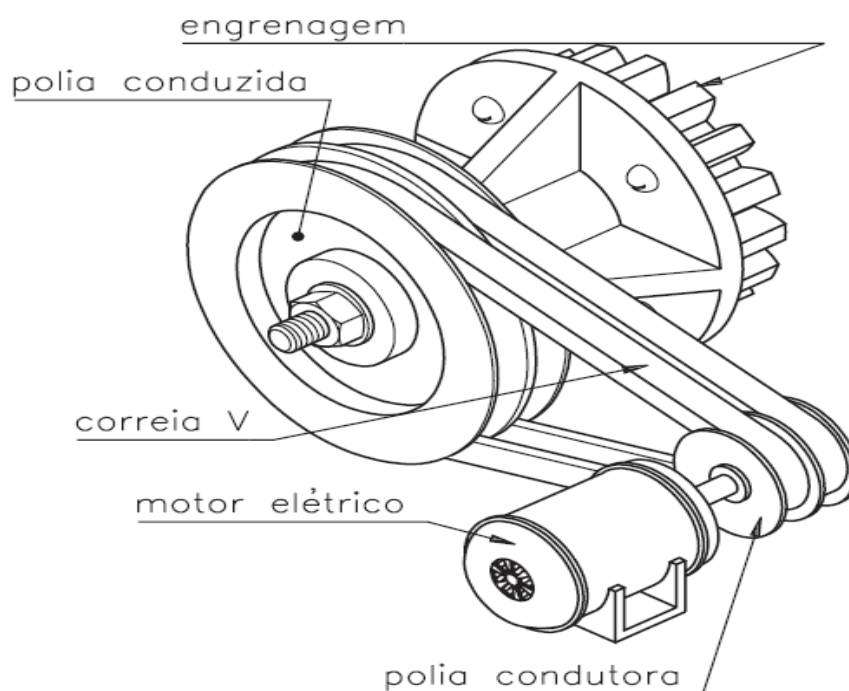
1 - INTRODUÇÃO

1.1 - Sistema de Transmissão

Sistemas de transmissão são mecanismos encarregados de transmitir movimento entre vários elementos. Aplicados em diversas áreas, são de suma importância para o funcionamento de máquinas e equipamentos, buscando sempre rendimento e eficiência. Os elementos de transmissão são descritos por correias, correntes, engrenagens, rodas de atrito, roscas, cabos de aço e acoplamento. As correias “são elementos de máquina que transmitem movimento de rotação entre eixos por intermédio das polias”. Correntes “são elementos de transmissão, geralmente metálicos, constituídos de uma série de anéis ou elos (TELECURSO 2000).

As conhecidas engrenagens ou rodas dentadas são elementos de máquina usados na transmissão entre eixos, as quais existem diversos modelos. Já as rodas de atrito “transmitem movimento por atrito entre dois eixos paralelos ou que se cruzam” (TELECURSO 2000). Além desses elementos aqui descritos existem outros que também são de grande importância para a mecânica. A Figura 1 representa um exemplo clássico de um sistema de transmissão.

Figura 1: Sistema de transmissão Mecânica.



Fonte: Telecurso 2000 (2017).

Dentre os vários tipos de elementos de transmissão flexíveis, os mais utilizados são por correias e correntes. Segundo Tebaldi A.M (2015) “os elementos de transmissão flexíveis são aqueles que conseguem variar sua forma durante o processo de transmissão de potência”. Logo, os elementos de transmissão rígidos são aqueles que não podem ter sua geometria alterada, sendo mais usual em sistemas redução de velocidade.

1.2 - O conceito de sistema de transmissão neste projeto

O tema abordado no presente projeto é um sistema de redução que faz uso dos elementos de transmissão rígidos, em especial as engrenagens cilíndricas de dentes retos. De acordo com Tebaldi A.M (2015), “as engrenagens cilíndricas de dentes retos possuem dentes alinhados com o eixo de rotação e são utilizadas para se transmitir movimento entre eixos paralelos”. A Figura 2 representa um modelo de engrenagem cilíndrica de dente reto, em inglês “*spur gear*”.

Figura 2: Engrenagens Cilíndricas de dentes retos.



Fonte: Engrenagens Cilíndricas de dentes retos (2017).

2 - JUSTIFICATIVA

Em um sistema de redução obtêm-se várias utilidades em diversos aspectos; seja na área industrial, automotiva, aeronáutica, entre outros. O desenvolvimento de um sistema de redução é um projeto complexo, devido aos diversos fatores que compõem o mesmo. Traz consigo a aquisição de conhecimento sobre engrenagens e seus elementos, eixos, materiais, resistência, além da relação de torque e velocidade, forças aplicadas, e o uso autêntico das disciplinas estudadas e outras excedentes na construção do projeto.

3 - REFERÊNCIAL TEÓRICO

O projeto se iniciou através de estudos de apostilas e livros, como Elementos de Máquinas em Projetos Mecânicos e Resistência dos Materiais, onde foi estudado as propriedades dos materiais, sua composição e resistência, os elementos de transmissão, tipos de engrenagens, nomenclatura, potência e torque. Pesquisou-se também em *sites* e apostilas, relacionados as propriedades do aço, dimensionamento de eixos, tensão de cisalhamento, coeficiente de segurança, chavetas, e rolamentos, além do estudo de desenho técnico utilizando *softwares* do tipo CAD (*computer aided design*).

4 - OBJETIVO GERAL

O presente trabalho tem o objetivo de estudar um sistema de redução formado por engrenagens cilíndricas de dentes retos, o dimensionamento das mesmas, obtenção de conhecimento sobre redutores, dimensionamento de eixos, propriedades dos materiais, modelagem e movimentação do sistema em um *software* do tipo CAD (*computer aided design*). Não se trata de uma simples modelagem 3D em um *software* de desenho. Pretende-se com esse projeto algo maior que se concretizará a médio e longo prazo. Devido ao tema não ser do conhecimento de nenhum dos integrantes do grupo, o projeto se torna desafiador, fazendo com que a busca incansável por fontes de pesquisa, seja compensada com saberes e informações essenciais para o desenvolvimento do projeto, e para o decorrer dos períodos.

5 - OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Aquisição de conhecimento sobre redutores e engrenagens;
- Obtenção de conhecimento sobre *softwares* de desenhos.

5.1 - Metas

- Não obstante usar o conhecimento aqui adquirido em outros projetos.

5.2 - Cronograma

Quadro 1 - Cronograma de execução.

24/03/17	Reunião: Escolha do projeto.
31/03/17	Reunião: Escolha do projeto.
07/04/17	Decisão final do projeto.
09/04/17	Reunião: Dimensionamentos das engrenagens.
16/04/17	Reunião: Cálculos de engrenagens.
23/04/17	Reunião: Cálculos de engrenagens.
30/04/17	Reunião: Elaboração do trabalho.
02/05/17	Reunião com professores.
05/05/17	Reunião: Dimensionamento dos eixos.
12/05/17	Reunião com professores.
17/05/17	Reunião com professores.
19/05/17	Iniciou-se o projeto no Inventor.
21/05/17	Reunião: Elaboração do trabalho.
23/05/17	Reunião com professores.
28/05/17	Reunião: Elaboração do trabalho.
02/06/17	Reunião para cálculo dos eixos.
04/06/17	Reunião: Elaboração do trabalho.
11/06/17	Reunião: Elaboração do trabalho.
15/06/17	Reunião: Elaboração do trabalho.
21/06/17	Reunião: Modelagem.
22/06/17	Reunião: Elaboração do trabalho.
23/06/17	Reunião: Elaboração do trabalho.
24/06/17	Revisão final do relatório.
26/06/17	Reunião de ajustes na modelagem.
28/06/17	Reunião sobre a apresentação.
29/06/17	Reunião sobre a apresentação.
30/06/17	Reunião sobre a apresentação.
02/06/17	Reunião final sobre apresentação.

Fonte Próprios autores (2017).

6 - MATERIAIS UTILIZADOS

- *Software* de desenho do tipo CAD (*computer aided design*);
- *Software* de programação *Matlab*.

7 - METODOLOGIA

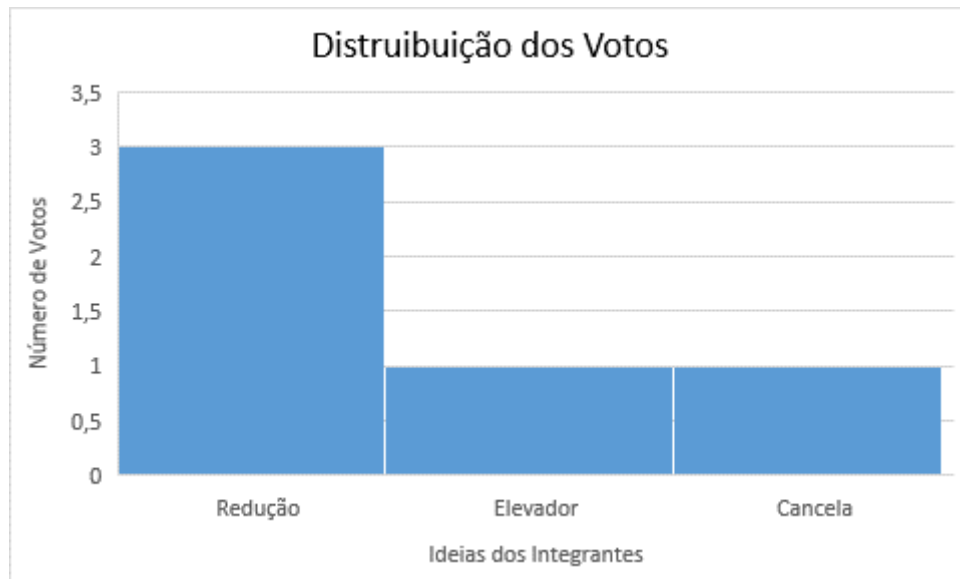
A pesquisa científica requer um estudo e uma compreensão de diversas fontes afim de obter um resultado consistente de um determinado tema. Isto é, levantar diversos dados para que o projeto a ser elaborado tenha qualidade e possa expressar para o leitor os resultados obtidos de forma concisa. Segundo Ander Egg (1978, apud LAKATOS, MARCONI, 2001, p. 155), a pesquisa é um "procedimento reflexivo sistemático, controlado e crítico, que permite descobrir novos fatos ou dados, relações ou leis, em qualquer campo do conhecimento". Contudo, deve-se limitar a pesquisa, ou seja, estabelecer limites para que não fique extenso o trabalho a ser realizado, dificultando assim a conclusão do mesmo.

7.1 - Metodologia utilizada no projeto

7.1.1 - Escolha do projeto

Para definir o projeto, os integrantes do grupo apresentaram ideias, das quais a mais interessante seria a escolhida. Logo, três ideias foram definidas para que pudesse ser feita uma votação, e decidir o tema exato para o desenvolvimento do projeto. O Gráfico 1 mostra a distribuição dos votos de cada integrante nas ideias propostas. São elas: um sistema de redução, um elevador de carga, e uma cancela eletrônica.

Gráfico 1 – Histograma.



Fonte: Próprios Autores (2017).

Após ser definido a redução como tema, foi necessário especificar qual o tipo de redução seria estudado. Através de alguns estudos foi encontrado uma tabela sobre o rendimentos de diversos tipos de redução (Tabela 1).

Tabela 1 – Rendimentos.

Tipo	η
Correias planas	0,96-0,97
Correias em V	0,97-0,98
Correntes silenciosas	0,97-0,99
Correntes Renold	0,95-0,97
Rodas de atrito	0,95-0,98
Engrenagens fundidas	0,92-0,93
Engrenagens usinadas	0,96-0,98

Fonte: Elementos Orgânicos de Máquina (2017).

Uma redução feita a partir de engrenagens usinadas possui um rendimento de 96% a 98%. Embora outros mecanismos que podem ser utilizados para gerar uma redução possuam um rendimento semelhante ou até maior, um sistema feito a partir de engrenagens foi o escolhido devido a algumas de suas vantagens. Uma delas é que o sistema feito com

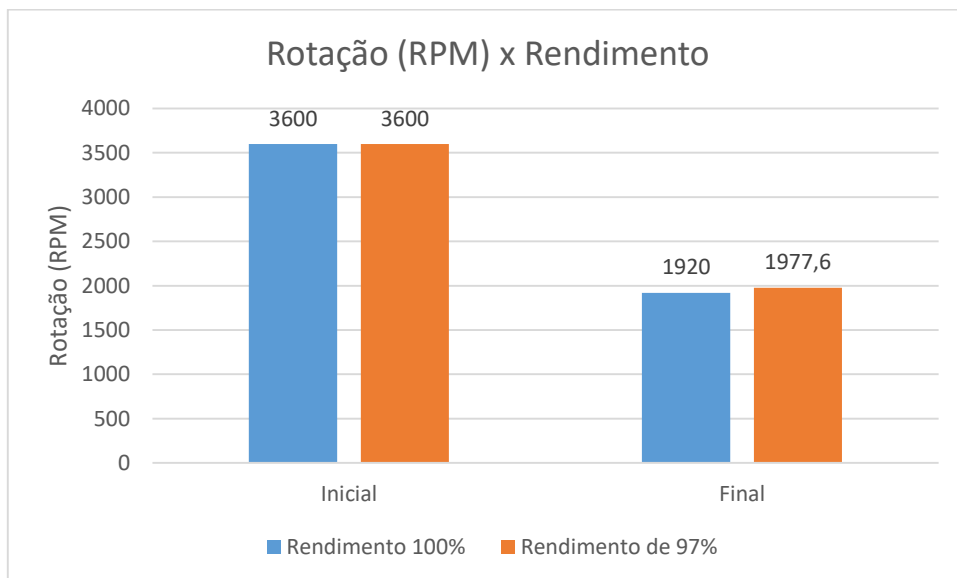
engrenagens pode ter o sentido de rotação alterada com base no número de engrenagens, permitindo que o sentido da rotação provida pelo motor possa ser alternado.

Rendimento:

Embora a perda de eficiência devido ao rendimento limitado do sistema composto por engrenagens possa parecer simples, é um fator que deve ser analisado. Sendo que “com 1% de perda de potência em cada par, a perda acumulada para o sistema pode ser significativa e afetar o tamanho do motor que acionará o sistema ou a potência e torques finais disponíveis para uso na saída” (MOTT, R. L, 2015, p. 373).

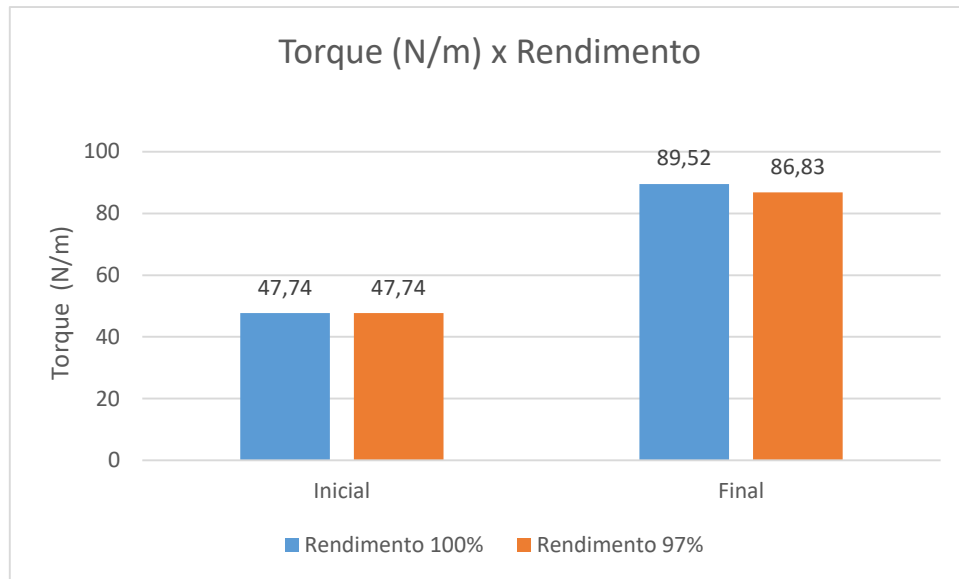
Os Gráficos 2 e 3 apresenta uma comparação de como seriam os valores obtidos em um sistema ideal, que possui 100% de rendimento, e no sistema de redução com um rendimento de 97%. O Gráfico 2 apresenta dados da redução da rotação e o Gráfico 3 apresenta dados do ganho de torque.

Gráfico 2 - Rendimento da Redução da Rotação.



Fonte: Próprios Autores (2017).

Gráfico 3 - Rendimento do Ganho de Torque.



Fonte: Próprios autores (2017).

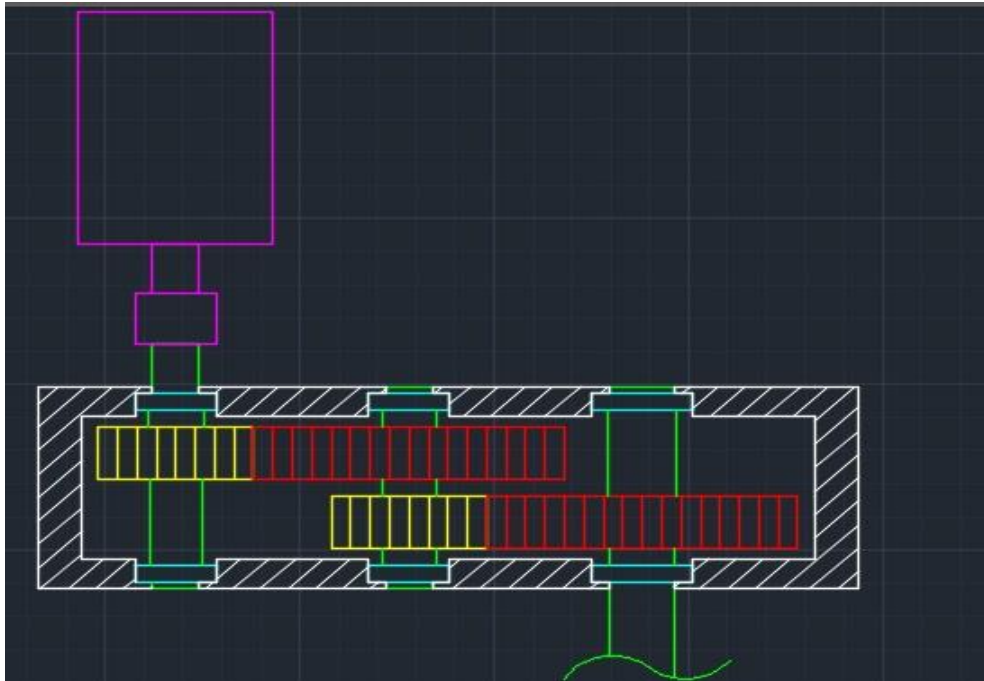
Em um sistema de transmissão, pode ocorrer a quebra dos elementos do sistema devido ao número de horas utilizado, e pela perda de rendimento devido as forças dissipativas, como a força de atrito. Para diminuir o desgaste, a quebra, e manter a eficiência do sistema, faz-se uso da lubrificação no sistema de transmissão.

Os lubrificantes são escolhidos com base no tipo de carga transmitida no sistema, número de horas em funcionamento, temperatura média do sistema, além de qual rotação o sistema atua. Como o projeto se trata apenas de um estudo e modelagem de um sistema de redução, o processo de lubrificação não será aprofundado.

7.1.2 - Funcionamento de uma redução

O funcionamento de um sistema de redução necessita de vários estudos que influenciam na escolha dos elementos. Como os tipos de engrenagens, tamanhos, escolha do motor, entre outros. Para uma melhor compreensão do funcionamento de um sistema de redução composta por engrenagens, deve-se analisar cada parte do sistema isoladamente para, então uma melhor compreensão do todo. A Figura 3 representa um esboço da vista superior do projeto desenvolvido no *software AutoCad*.

Figura 3: Esboço Projeto.



Fonte: Próprios autores (2017).

7.1.2.1 - Motor e primeira engrenagem

A primeira parte do sistema é composta por um motor e uma engrenagem de 20 dentes que estão interligados no mesmo eixo. A engrenagem de 20 dentes se encontra em contato com outra de 25 dentes, situada em outro eixo. Por possuir o mesmo eixo que o motor, a engrenagem de 20 dentes adquire a mesma velocidade angular proveniente do motor, gerando então o torque:

$$\omega = 2\pi f$$

ω = Velocidade angular

f = Frequência

$$T = \frac{P}{\omega}$$

T = Torque

ω = Velocidade Angular

P = Potência

O torque pode ser definido como “[...] a medida quantitativa de como a ação de uma força pode provocar ou alterar o movimento de rotação de um corpo” (YOUNG; FREEDMAN, 2015, p. 336). Assim como a velocidade angular, o torque também é transmitido em um sistema de redução. E caso a frequência seja constante, a velocidade angular também será constante. Assim, o torque será alterado com uma relação inversa a alteração sofrida pela velocidade angular.

Como a primeira engrenagem de 20 dentes está em contato com a outra de 25 dentes em eixos distintos, elas precisam possuir a mesma velocidade escalar, para que ocorra o encaixe correto dos dentes. Ou seja, elas possuem velocidade angular e raios diferentes. Assim a velocidade escalar possui relação da velocidade angular com o raio da engrenagem, podendo ser calculada pela seguinte fórmula:

$$V = \omega r$$

V = Velocidade Escalar

ω = Velocidade Angular

r = Raio

Ao igualarmos as fórmulas para a velocidade angular das engrenagens de 20 e 25 dentes, podemos verificar que caso elas possuam raios diferentes, a frequência também deve ser diferente para que a velocidade escalar seja a mesma. Com esta relação é possível afirmar que as engrenagens que possuem dentes em contatos umas com as outras, possuem então a mesma velocidade escalar.

7.1.2.2 - Segunda e terceira engrenagem

A segunda parte do sistema é composta por duas engrenagens conectadas em um mesmo eixo, uma de 20 e outra de 25 dentes. A engrenagem de 20 dentes está conectada a uma outra de 30 dentes, que se encontra em outro eixo. Por estarem no mesmo eixo, as engrenagens de 20 e 25 dentes possuem a mesma velocidade angular. Já as engrenagens de 20 e 30 dentes possuem a mesma velocidade escalar. A vantagem do sistema utilizando duas engrenagens com tamanhos diferentes no mesmo eixo, é que se obtêm melhor uso do espaço, o qual o sistema ocuparia se tivesse uma engrenagem em cada eixo.

7.1.2.3 - Final do sistema

Como a frequência é constante é possível calcular o quanto o sistema de engrenagens foi capaz de reduzir a velocidade angular e por conseguinte aumentar o torque. O motor produz uma energia mecânica movimentando o sistema, porém a eficiência do sistema não é de 100%. A energia mecânica proveniente do motor é dissipada no sistema de redução, devido as forças dissipativas que as engrenagens geram devido ao atrito e falhas no processo de fabricação. Por melhor que seja a qualidade do sistema, “[...] em engrenagens precisas e bem lubrificadas, a perda de potência varia entre 0,5% a 2%, e costuma ser considerada aproximadamente 1%.” (MOTT, 2015, p.372). Logo, o sistema perde rendimento de aproximadamente 1% a cada contato de engrenagens.

7.1.3 – A escolha do Motor

No presente projeto a escolha do motor foi aleatória devido ao interesse principal estar focado no sistema de redução. Assim, apenas sua potência e rotação são de utilidade para o desenvolvimento do projeto. Contudo ao alterar a potência e rotação as características do sistema de redução sofrerá mudanças. O motor (Figura 4) foi selecionado através de um catálogo da fabricante Weg.

Figura 4: Motor.



Fonte: Catálogo Motores WEG. Disponível em: <<http://www.weg.net/catalog/weg/BR/pt/Motores-EI%C3%A9tricos/Monof%C3%A1sico/Usos-Gerais/Motor-de-Chapa-Aberto-%28IP21%29/Geral-0-25-cv-2P-B48-1F-127-220-V-60-Hz-IC01---ODP---Com-p%C3%A9s/p/10691432>> Acessado em: 15 de maio 2017.

De acordo com o fabricante o motor é para uso geral, desenvolvido para atender diversos tipos de aplicações com desempenho e economia. O Quadro 1 representa as características técnicas do motor.

Quadro 2: Características do motor.

Norma: ABNT NBR 17094	Potência: 0.25 cv
Frequência: 60 Hz	Fixação: Com pés
Tensão: 127/220 V	Flange: Sem
Número de polos: 2	Forma construtiva: B3D
Grau de proteção: IP21	Caixa de ligação: Sem caixa de ligação
Rotação síncrona: 3600 rpm	Refrigeração: IC01-ODP

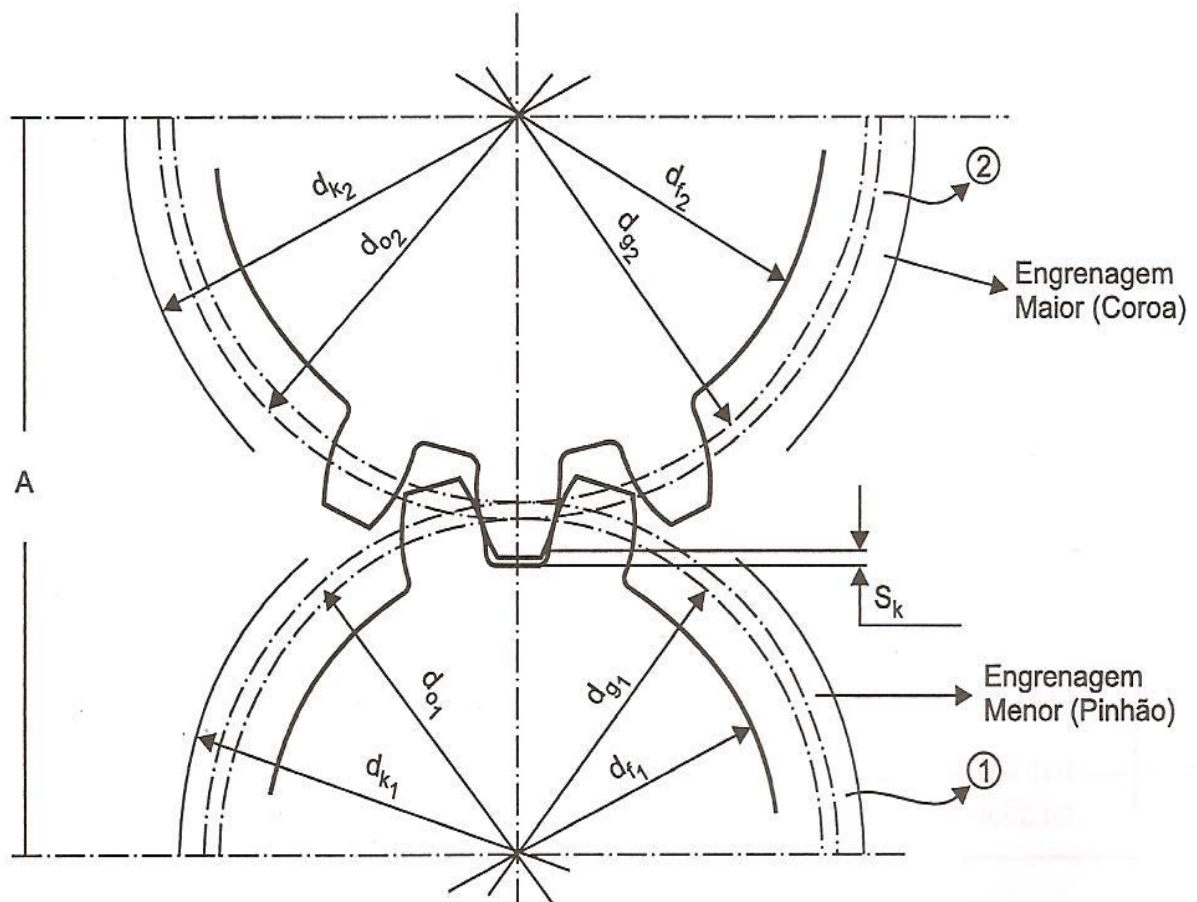
Fonte: Adaptado Catálogo Motores WEG (2017).

Como o sistema de redução não possui uma aplicabilidade específica, o tipo de acoplamento não foi definido.

7.1.4 – Engrenagens

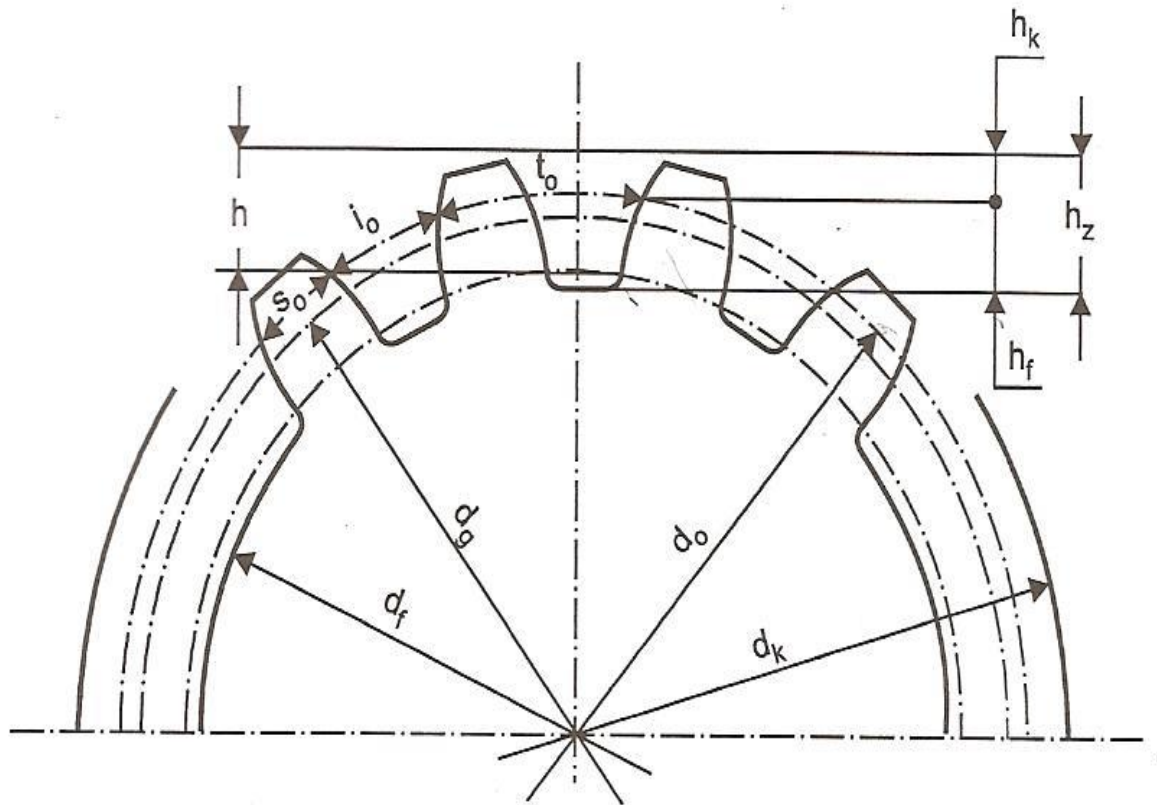
Dentre os vários tipos de engrenagens, fez-se o uso das engrenagens cilíndricas de dentes retos. “Como são elementos rígidos, a transmissão deve atender a algumas características especiais, sendo que a principal é que não haja qualquer diferença de velocidades entre pontos em contato quando da transmissão do movimento” (JÚNIOR, A. A. S, 2003). As Figuras 5 e 6 representam as características geométricas da engrenagem cilíndrica de dentes retos de acordo com a norma alemã DIN (*Deutsches Institut für Normung*), em português Instituto Alemão de Normalização. As forças exercidas sobre o dente da engrenagem estão detalhadas no Apêndice A.

Figura 5: Características geométricas 1.



Fonte: Elementos de Máquinas (2017).

Figura 6: Características geométricas 2.



Fonte: Elementos de Máquinas (2017).

O Quadro 2 mostra os cálculos necessários para dimensionar as engrenagens cilíndricas de dentes retos de acordo com a norma DIN 862 e 867.

Quadro 3: Formulário para cálculos.

Número de dentes (Z) $Z = \frac{d_0}{m}$	Módulo (m) $m = \frac{t_0}{\pi}$
Passo (t_0) $t_0 = m \cdot \pi$	Espessura do dente no primitivo $S_0 = \frac{t_0}{2}$ (Folga nula no flanco)
Altura comum do dente $h = 2m$	Altura da cabeça do dente $h_k = m$
Altura total do dente $h_z = 2,2m$	Altura do pé do dente $h_1 = 1,2m$
Vão entre os dentes no primitivo $\ell_0 = \frac{t_0}{2}$ (Folga nula do flanco)	Ângulo de pressão $\alpha = 20^\circ$
Folga da cabeça $S_k = 0,2m$	Relação de transmissão $i = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{d_{02}}{d_{01}} = \frac{n_1}{n_2}$
Largura do dente b (A ser dimensionado ou adotado)	Distância entre centros $C_c = \frac{d_{01} + d_{02}}{2}$

Fonte: Adaptado de Elementos de Máquinas (2017).

Diâmetros principais:

- Diâmetro primitivo: $d_0 = m * Z$
- Diâmetro base: $d_g = d_0 * \cos \alpha$

- Diâmetro interno: $d_f = d_0 - 2 * h_f$
- Diâmetro externo: $d_k = d_0 + 2 * h_k$

Existem diversos fatores para o dimensionamento de uma engrenagem, tais como, critério de desgaste, pressão admissível, resistência a flexão no pé do dente, carga tangencial, carga radial, entre outras as quais foram desconsideradas neste projeto devido ao curto prazo de entrega. Por ser o mais usual, foi utilizado o módulo 2,00 mm para o dimensionamento das engrenagens. Módulo é a altura da cabeça do dente da engrenagem.

O Quadro 3 representa os módulos normalizados de acordo com a norma DIN 780.

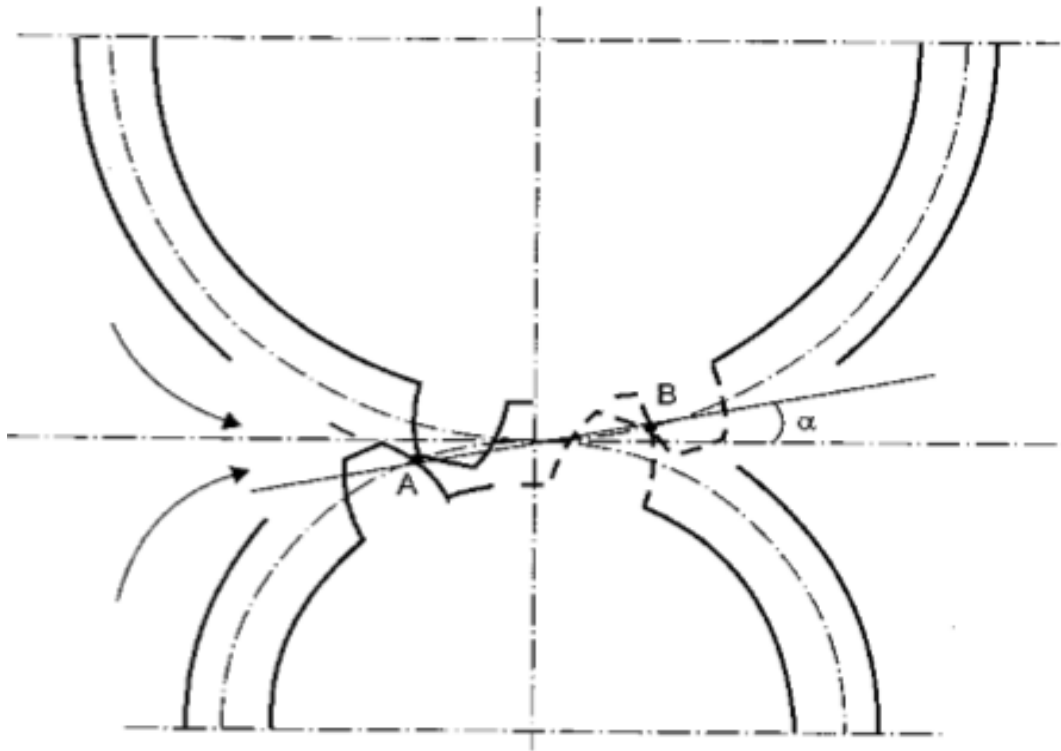
Quadro 4: Módulos normalizados.

Módulo (mm)	Incremento (mm)
0,3 a 1,0	0,10
1,0 a 4,0	0,25
4,0 a 7,0	0,50
7,0 a 16,0	1,00
16,0 a 24,0	2,00
24,0 a 45,0	3,00
45,0 a 75,0	5,00

Fonte: Adaptado de Elementos de Máquinas (2017).

A Figura 7 representa o ângulo de pressão, que “é o ângulo formado pela tangente comum aos diâmetros primitivos das duas engrenagens e a trajetória descrita por um ponto de contato entre um par de dentes das engrenagens” (MELCONIAN S, 2009). O ângulo de pressão pode variar de 15° a 20° graus, sendo o recomendado pela norma DIN 867 o ângulo de 20° graus. Diante disso, ficou definido o ângulo de 20° para as engrenagens deste projeto.

Figura 7: Ângulo de pressão.



Fonte: Elementos de Máquinas (2017).

Na escolha do aço para a fabricação das engrenagens existem dois tipos de tensões a serem estudados, a tensão de flexão e de contato. O aço escolhido foi o 1020, devido ao seu custo benefício por ser um dos mais usados para fabricação de engrenagens, mesmo sem possuir as melhores propriedades mecânicas. No entanto não será aprofundado sobre os diversos fenômenos que podem ocorrer com as engrenagens, já que o foco principal está na modelagem do sistema de redução. Logo, foi desenvolvido um programa no *software Matlab* (Apêndice B), o qual realiza os cálculos necessários para dimensionar as engrenagens. No Quadro 4 estão os dados de entrada, e os de saída no Quadro 5.

Quadro 5: Dados de entrada das Engrenagens.

	Dados de entrada	Valor	Unidade
Entrada 1	Valor do módulo	2	mm
	Número de dentes	20	-
Entrada 2	Valor do módulo	2	mm
	Número de dentes	25	-
Entrada 3	Valor do módulo	2	mm
	Número de dentes	20	-
Entrada 4	Valor do módulo	2	mm
	Número de dentes	30	-

Fonte: Próprios autores (2017).

Quadro 6: Dados de saída das Engrenagens.

	Dados de saída	Valor	Unidade
Saída 1	Modulo da engrenagem	2	mm
	Número de dentes	20	-
	Diâmetro interno	35.333333	mm
	Diâmetro primitivo	40	mm
	Diâmetro externo	44	mm
	Altura do dente	4.333333	mm
	Altura do pé do dente	2.333333	mm
	Passo	6.283185	mm
	Espessura máxima	20	mm
	Espessura mínima	12	mm
	Saída 2	Modulo da engrenagem	2
Número de dentes		25	-
Diâmetro interno		45.333333	mm
Diâmetro primitivo		50	mm
Diâmetro externo		54	mm
Altura do dente		4.333333	mm
Altura do pé do dente		2.333333	mm
Passo		6.283185	mm
Espessura máxima		20	mm
Espessura mínima		12	mm
Saída 3		Modulo da engrenagem	2
	Número de dentes	20	-
	Diâmetro interno	35.333333	mm
	Diâmetro primitivo	40	mm
	Diâmetro externo	44	mm
	Altura do dente	4.333333	mm
	Altura do pé do dente	2.333333	mm
	Passo	6.283185	mm
	Espessura máxima	20	mm
	Espessura mínima	12	mm
	Saída 4	Modulo da engrenagem	2
Número de dentes		30	-
Diâmetro interno		55.333333	mm
Diâmetro primitivo		60	mm
Diâmetro externo		64	mm
Altura do dente		4.333333	mm
Altura do pé do dente		2.333333	mm
Passo		6.283185	mm
Espessura máxima		20	mm
Espessura mínima		12	mm

Fonte: Próprios autores (2017).

Apesar da espessura poder variar de 12,00 a 20,00 milímetros, foi adotado 16,00 milímetros, que corresponde a 8 vezes o módulo, o mais usual.

7.1.5 - Cálculo do volume aproximado das engrenagens

Com o *software Auto Cad* obteve-se as coordenadas das curvas do dente. Os pontos foram transcritos para o *software Matlab*, onde usando o ajuste de curvas pelo método dos mínimos quadrados foi determinado dois polinômios de grau dois que melhor se aproxima dessas curvas. Integrando esses polinômios e somando com as demais áreas calculadas obteve-se a área total, e por conseguinte, o volume das engrenagens (Apêndice C). O Quadro 6 representa a área e volume das engrenagens.

Quadro 7: Dimensão das engrenagens.

	Área frontal (mm ²)	Volume (mm ³)
Primeira engrenagem	1227,0049	16954,32
Segunda engrenagem	1759,0692	28145,1152
Terceira engrenagem	1227,0049	16954,32
Quarta engrenagem	2565,3071	41044,9136

Fonte: Próprios autores (2017).

A partir dos dados retirados do Quadro 7, foi determinado a densidade do aço 1020.

Quadro 8: Dados dos Aços.

Metal	Peso atômico (ponderado) g/mol	Densidade g/cm ³	Área do eletrodo cm ²
AISI 1020 [23]	55,36	7,86	0,089
AISI 304L [23]	55,59	7,90	0,084
AISI 316L (1)	56,26	8,0	0,131
AISI 316L (1)	56,26	8,0	0,192
AISI 316L (1)	56,29	8,0	0,100
Duplex [23] SAF 2205	56,84	8,0	0,140

Fonte: Adaptada de <http://www.scielo.mec.pt/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0870-11642014000300003> Acessado em: 23 de junho 2017.

Com a densidade do aço 1020, foi calculado a massa a partir do produto do volume pela densidade (Quadro 8).

Quadro 9: Resultados das Massas das Engrenagens.

	Volume (mm ³)	Densidade (g/mm ³)	Massa (g)
Primeira engrenagem	16954,32000	0,00788	133,60004
Segunda engrenagem	28145,11520	0,00788	221,78350
Terceira engrenagem	16954,32000	0,00788	133,60004
Quarta engrenagem	41044,91360	0,00788	323,439192

Fonte: Próprios autores (2017).

Para estudos futuros aprofundados sobre o sistema de redução, como vibrações, a massa seria utilizada para o cálculo do centro de massa. Porém, pela ausência desses conhecimentos, e pelo curto tempo disponível para entrega do projeto, esses cálculos ficam disponíveis para realizar o estudo sobre vibrações em períodos adiante.

Como dito anteriormente foi usado o método dos Mínimos Quadrados para o cálculo da área dos dentes das engrenagens, onde o mesmo fornece uma curva com aproximação ótima em relação à curva requerida. Como essa aproximação pode incluir erros ou imprecisões, o método busca minimizar os erros entre os valores y dos pontos de medida e os valores y correspondentes a curva de aproximação (LEON, S. J, 1943).

A explicação de como foi feito o ajuste de curvas pelo método do mínimo quadrado usando uma matriz com as coordenadas da curva (Figura 21) está localizada no Apêndice D.

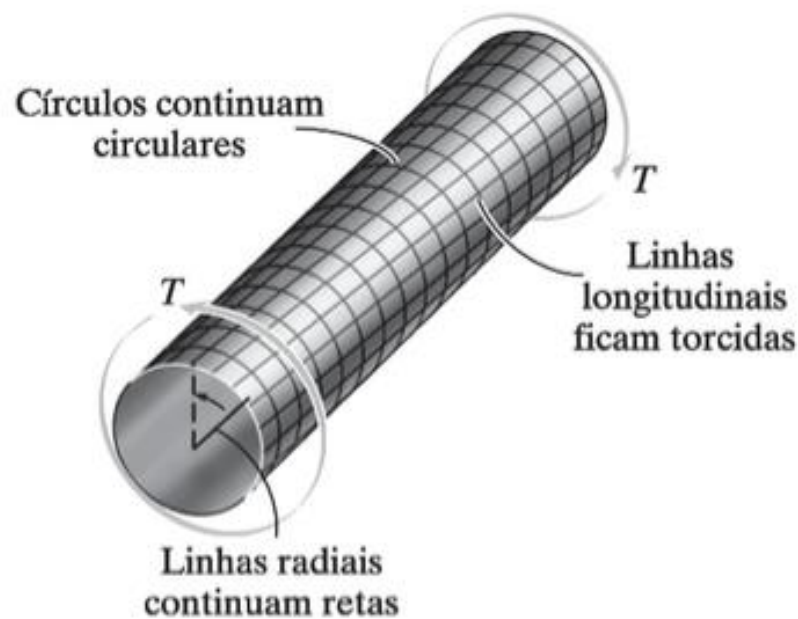
7.1.6 - Eixos

Os eixos são usados para a transmissão mecânica com destino a suportar diferentes elementos mecânicos, como polias, engrenagens, rolamentos, rodas de atrito, entre outros, durante a transmissão de movimentos (MELCONIAN S, 2009). “Para qualquer parte do eixo transmissor de potência, há uma tensão de cisalhamento torcional, e a tensão de flexão

está geralmente presente nas mesmas partes” (MOTT, R. L, 2015). Também podem haver tensão de compressão, cisalhamento vertical, tração axial, tensão de fadiga por flexão, e deflexões, porém não necessariamente juntas. Portanto deve ser analisado as tensões e deflexões que o eixo sofre de acordo com cada projeto. Considerando o não conhecimento a fundo desse determinado assunto, foi considerado apenas a torção que o eixo sofre durante o movimento.

Segundo Hibbler, R. C, (2008) o “torque é um momento que tende a torcer um elemento em torno de seu eixo longitudinal”. Ou seja, durante o funcionamento de um sistema de redução, a tendência do eixo é se deformar devido ao torque aplicado, em outras palavras uma deformação por cisalhamento (Figura 8).

Figura 8: Torção do eixo.



Fonte: Resistência dos materiais (2017).

O material escolhido para o eixo foi o aço 1050, pois possui boas propriedades mecânicas, é tenaz, tem boa usinagem, e é usado em diversas aplicações, uma das quais na fabricação de eixos.

Diante disso, para o dimensionamento do eixo recorreu-se a uma tabela chamada *Mechanical Property – Carbon Steels* (Propriedade Mecânica – Aços ao carbono), no site da *Summit Steel Corporation* onde a mesma nos fornece informações sobre os aços de acordo com as normas AISI e SAE. Algumas propriedades estão representadas na Tabela 2.

Tabela 2: Informações sobre os Aços.

AISI AND SAE	TYPE OF PROCESSING	TENSILE STRENGTH PSI	YIELD STRENGTH PSI
1049	Hot rolled	87,000	48,000
	Cold drawn	97,000	81,500
	ACDa	92,000	77,000
1050	Hot rolled	90,000	49,500
	Cold drawn	100,000	84,000
	ACDa	95,000	80,000
1055	Hot rolled	94,000	51,500
	ACDa	96,000	81,000
1060	Hot rolled	98,000	54,000
	SACDc	90,000	70,000
1064	Hot rolled	97,000	53,500
	SACDc	89,000	69,000

Fonte: Adaptado de <http://www.summitsteel.com/> Acessado em 6 de jun. 2017.

A Tabela 2 fornece para o aço 1050 uma *yield strenght* (resistência ao escoamento), de 49,500 *psi*, aproximadamente 344 MPa. Contudo é necessário encontrar a tensão de cisalhamento admissível. Existe uma relação da tensão de escoamento e a tensão de cisalhamento. “Essa relação define a tensão de cisalhamento no escoamento de qualquer material dúctil como uma fração da tensão normal de escoamento determinada no teste de tração (NORTON, R. L, 2015). Portanto a equação descrita logo abaixo transforma a tensão do escoamento em tensão de cisalhamento no escoamento.

Equação 1:

$$T_c = \frac{T_{esc}}{\sqrt{3}}$$

T_c - Tensão de cisalhamento no escoamento.

T_{esc} - Tensão escoamento do material.

Assim de acordo com a Equação 1:

$$T_c = \frac{T_{esc}}{\sqrt{3}} = \frac{344}{\sqrt{3}} \cong 198 \text{ Mpa}$$

Com o valor da tensão de cisalhamento aplica-se um coeficiente de segurança para assegurar a integridade do eixo evitando possíveis acidentes.

Devido ao projeto ser apenas um prévio estudo, adotou-se o coeficiente de segurança mais alto para aços (Quadro 9). Quando se conhece a aplicabilidade, e um estudo mais aprofundado sobre os diversos fatores citados acima é feito, reduz-se o coeficiente de segurança, o que gera menor custo para a fabricação, sem diminuir a garantia de que o equipamento não se danificará.

Quadro 10: Fator de segurança.

Aço	1,5 a 2 (correlação ao escoamento)
Ferro fundido	4 a 8
Madeira	2,5 a 7,5
Alvenaria	5 a 20

Fonte: Adaptado Resistência dos materiais e dimensionamento de estruturas para construções rurais (2017).

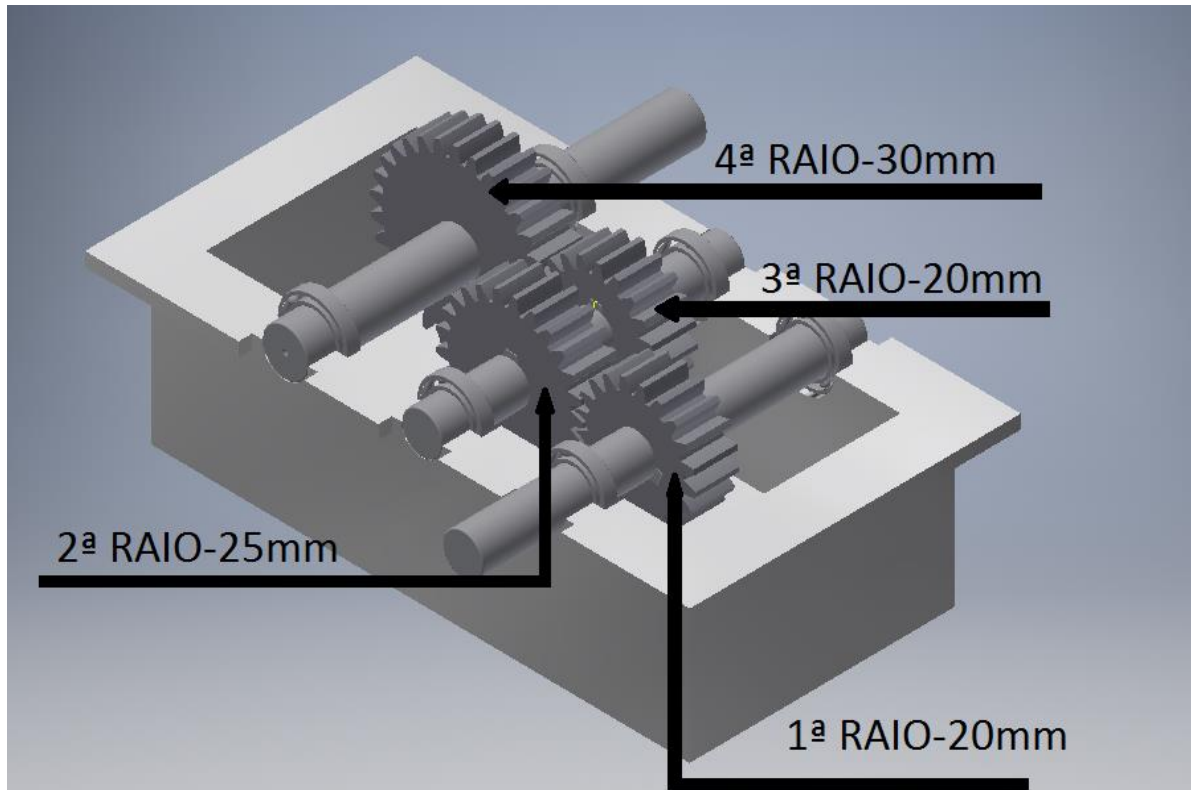
Logo, com a tensão de cisalhamento de 198 Mpa, e o fator de segurança 2, calcula-se a tensão de cisalhamento admissível:

Equação 2:

$$T_{adm} = \frac{T_c}{FS} = \frac{198}{2} = 99 \text{ Mpa}$$

A Figura 9 apresenta as engrenagens com os seus respectivos raios, que são usados para calcular as frequências e velocidades escalares, que serão usadas posteriormente para o cálculo das velocidades angulares.

Figura 9: Raios das Engrenagens.



Fonte: Próprios autores (2017).

Para encontrar as velocidades angulares das engrenagens utiliza-se alguns conceitos físicos, e também matrizes para auxílio nos cálculos, tendo como base apenas a frequência provida pelo motor e a velocidade escalar da primeira engrenagem. Sabendo que a frequência inicial é de 60 Hz, a velocidade escalar da primeira engrenagem pode ser calculada por:

Equação 3:

$$V = 2\pi fr$$

$$V_1 = 7539,82 \text{ mm/s}$$

O Quadro 10 representa o resultado dos cálculos das velocidades escalares (Apêndice E):

Quadro 11: Velocidades das Engrenagens.

(V1)	7539 m/s
(V2)	7539 m/s
(V3)	6031 m/s
(V4)	6031 m/s

Fonte: Próprios autores (2017).

Calculando uma matriz de transformação linear que relaciona as velocidades escalares e as velocidades angulares das engrenagens (Apêndice F), temos:

Quadro 12: Velocidades angulares.

ω_1	376,99 rad/s
ω_2	301,59 rad/s
ω_3	301,59 rad/s
ω_4	201,06 rad/s

Fonte: Próprios autores (2017).

Portanto, com as velocidades angulares, a potência e a tensão de cisalhamento admissível calcula-se o torque, e por conseguinte o diâmetro dos eixos (Apêndice G).

Onde:

ω = Velocidade angular

P = Potência

J = Momento de inércia polar

T_{adm} = Tensão de cisalhamento admissível

T = Torque

c = Raio do eixo

Equação 4:

$$P = T\omega$$

Equação 5:

$$\frac{J}{c} = \frac{\pi c^4}{2 c} = \frac{T}{T_{adm}}$$

O Quadro 12 representa o torque e o diâmetro dos eixos:

Quadro 13: Torque e Diâmetro.

	1° Eixo	2° Eixo	3° Eixo
Torque	47,74 N/m	59,68 N/m	89,52 N/m
Diâmetro	13,49 mm	14,53mm	16,63mm

Fonte: Próprios autores (2017).

O diâmetro exato dos eixos ficou definido de acordo com a disponibilidade dos rolamentos da fabricante NKS, que estão detalhados em um tópico mais adiante. Portanto os eixos tiveram seu diâmetro acrescido para o mesmo diâmetro interno do rolamento mais próximo (Quadro 13).

Quadro 14: Diâmetro exato dos eixos.

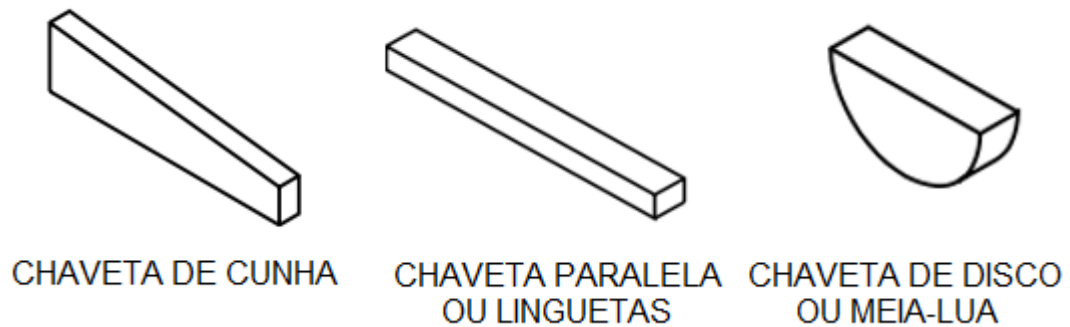
Eixos	1°	2°	3°
Diâmetro	15,00 mm	15,00 mm	17,00 mm

Fonte: Próprios autores (2017).

7.1.7 - Chavetas

Para que exista o funcionamento efetivo de uma redução por engrenagens, um dos fatores necessários é que tanto o eixo quanto as engrenagens possuam a mesma rotação. Para que isso ocorra é feito o uso de chavetas. “Chaveta é um componente de máquina situado na interface entre um eixo e o cubo de um elemento transmissor de potência com o objetivo de transmitir torque” (MOTT, R. L, 2015). Existem diversos tipos, e as mais utilizadas são as chavetas quadradas e retangulares, mais conhecidas como chavetas paralelas; de cunha e de disco (Figura 10). Para a escolha correta do tipo de chaveta a ser utilizada e o tipo do material deve-se analisar o diâmetro que o eixo possui e o tipo de material que o mesmo é feito. Recomenda-se que a resistência do material da chaveta seja maior que a do eixo.

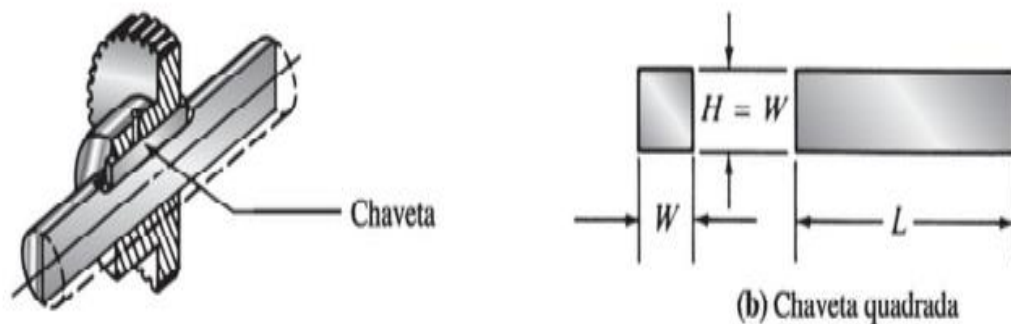
Figura 10: Tipos de Chavetas.



Fonte: Apostila Telecurso 2000 (modificada pelos próprios autores 2017).

As chavetas de cunha são as que possuem uma inclinação, o que facilita a união de diversos tipos de peças e remoção das mesmas. Como o sistema de redução aqui projetado possui engrenagens pequenas, o eixo não terá diâmetro superior a 6.5”, ou 165,1 mm. “O tipo mais comum de chaveta para eixos de até 6.5” de diâmetro é a chaveta quadrada” (MOTT, R. L, 2015, p.372), a qual será utilizada no projeto (Figura 11).

Figura 11: Chaveta Quadrada.



Fonte: Elementos de Máquinas em projetos mecânicos (2017).

Para o dimensionamento da chaveta utilizou-se a Tabela de furo e rasgo de acordo com a norma DIN 6885 (Anexo A), que fornece a altura e largura. Já o comprimento foi dimensionado pela espessura da engrenagem. O Quadro 14 representa as dimensões da chaveta e a profundidade dos rasgos. Já os anéis trava não foram definidos devido ao prazo de entrega.

Quadro 15: Especificações chaveta e rasgo.

	Altura	Largura	Comprimento	Profundidade Rasgo eixo	Profundidade Rasgo cubo
Chaveta (mm)	5,00	5,00	16,00	3,00	2,30

Fonte: Próprios autores (2017).

7.1.8 - Rolamentos

Entre os elementos de máquinas, estão os elementos de apoio. São eles, os mancais, buchas, guias e os rolamentos. Para o sistema de redução adotou-se os rolamentos como elementos de apoio para os eixos. Os rolamentos são constituídos pela pista externa, pista interna e elementos rolantes que podem ser esferas, roletes ou agulhas. Segundo Mott (2015, p 582) “O propósito de um rolamento é sustentar uma carga e, ao mesmo tempo, permitir o movimento relativo entre dois elementos de uma máquina.” Dependendo do tipo de rolamento utilizado, o mesmo pode sustentar cargas radiais, cargas axiais ou cargas combinadas, axiais e radiais.

Tipos de rolamentos:

- Rolamentos Fixos de uma Carreira de Esferas;
- Rolamentos de Esferas de Contato Angular;
- Rolamentos Auto compensadores de Esferas;
- Rolamentos Auto compensadores de Rolos;
- Rolamentos de Rolos Cilíndricos;
- Rolamentos de Rolos Cônicos;
- Rolamentos Axiais.

Os Rolamentos Fixos de uma Carreira de Esferas são os mais utilizados por atenderem a um extenso campo de aplicações, onde se requer um baixo nível de ruído e de vibrações em alta rotação. Além de suportar a carga radial, permite apoio da carga axial em

ambos os sentidos devido ao formato da pista de rolagem presente no anel interno e externo (Figura 12).

Figura 12: Rolamento Fixo de uma Carreira de Esferas.



Fonte: <http://www.ebah.com.br/content/ABAAABFvkAL/2-rolamentos-esferas>.

Com base nos diâmetros definidos para os eixos, e observando o Processo da Seleção do Rolamento presente no NSK - Manual de Treinamento, foram selecionados os seguintes rolamentos (Quadro 15).

Quadro 16: Rolamentos.

Rolamento tipo fixo de uma carreira de esferas				
	Tipos	Diâmetro do furo (mm)	Diâmetro externo (mm)	Largura (mm)
1º eixo	6802 ZZ	15	24	5
2º eixo	6802 ZZ	15	24	5
3º eixo	6803 ZZ	17	26	5

Fonte: Próprios autores (2017).

7.1.9 - Tolerância de alguns componentes do sistema de redução

Medir é atribuir um valor numérico a uma grandeza (Ex.: comprimento, velocidade, força, tempo, potência, etc.). As unidades de medidas mais utilizadas na fabricação mecânica são o milímetro (mm) do Sistema Internacional de Unidades (SI) e a polegada *inch* (in ou ") do Sistema Inglês.

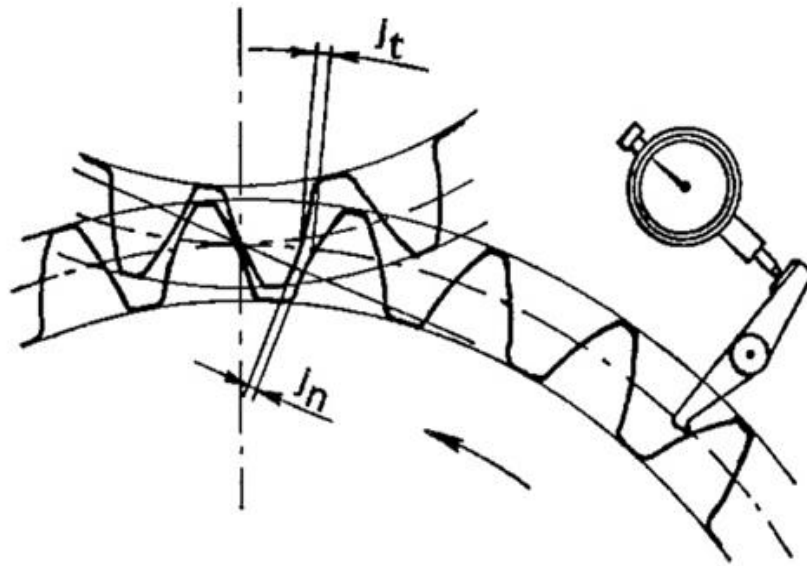
Com o desenvolvimento da fabricação em série ao longo do tempo, tornou-se necessário a intercambialidade entre as peças fabricadas. Um exemplo dessa intercambialidade está presente na fabricação de veículos. Algumas montadoras para reduzir os custos de fabricação, terceirizam muitas peças e componentes do veículo em questão como é o caso de montadoras de veículos pesados, onde se tem o motor de um determinado fabricante e o sistema de transmissão de outro. Para que os dois componentes se acoplem perfeitamente, é necessário que as partes em comum estejam de acordo com as dimensões limites de cada projeto. A diferença entre as dimensões limites (máximas e mínimas) denomina-se tolerância (AGOSTINHO, O., L.; RODRIGUES, A., C., S; LIRANI, J. 1977).

Em conjunto com a tolerância está o controle de qualidade assegurando que os produtos fabricados acatem perfeitamente as determinações dos clientes, pois a qualidade dos serviços e produtos de uma empresa é o fator principal para ela se manter no mercado (ALBERTAZZI & SOUSA, 2008).

O controle de qualidade na fabricação industrial visa uma produção de peças e componentes com um custo reduzido, mas mantendo a qualidade e confiabilidade do produto final. Para a tolerância em engrenagens cilíndricas de dentes retos, identifica-se dois conceitos de folga entre dentes: a folga circular e a folga normal (ALMACINHA, J., A., S.; SEABRA, J., H., 1992).

A folga circular entre dentes – j_t – é definida pelo comprimento do arco do círculo primitivo no qual uma engrenagem pode ser girada saindo do contato de um determinado dente da segunda engrenagem até o contato com o próximo dente mantendo a segunda engrenagem imóvel (ALMACINHA, J., A., S.; SEABRA, J., H., O, 1992). “A folga normal entre dentes – j_n – é a distância mais curta entre os flancos não ativos dos dentes das rodas de uma engrenagem, quando os seus flancos ativos estão em contato” (ALMACINHA, J., A., S.; SEABRA, J., H., O, 1992). Os dois tipos de folga “ j_t ” e “ j_n ”, são representados na Figura 13.

Figura 13: Folga entre dentes de engrenagens.



Fonte: <https://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/9324/2/57054.pdf>.

Esse tipo de folga é necessário para que não haja travamento das engrenagens no sistema, observando que a montagem em um ajuste mais próximo poderia acarretar no aquecimento do conjunto e a não lubrificação do mesmo e futuramente levando a quebra do sistema. O Quadro 16 representa os valores da folga “jt”, de acordo com o módulo usado.

Quadro 17: Folga circular do dente.

Módulo normal Mn	Folga circular Jt	Módulo normal Mn	Folga circular Jt
0.8 a 1.75	0.050 a 0.101	6	0.178 a 0.278
2 a 2.5	0.076 a 0.127	8	0.228 a 0.355
2.75 e 3	0.101 a 0.150	10	0.280 a 0.406
3.5	0.101 a 0.178	12	0.355 a 0.508
4	0.127 a 0.203	16	0.457 a 0.686
5	0.152 a 0.228	25	0.635 a 1.016

Fonte: Adaptado de <https://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/9324/2/57054.pdf>.

Assim, calcula-se a tolerância que as engrenagens do sistema de redução devem ter, pelo uso da fórmula:

$$J_n = J_t \cos \alpha$$

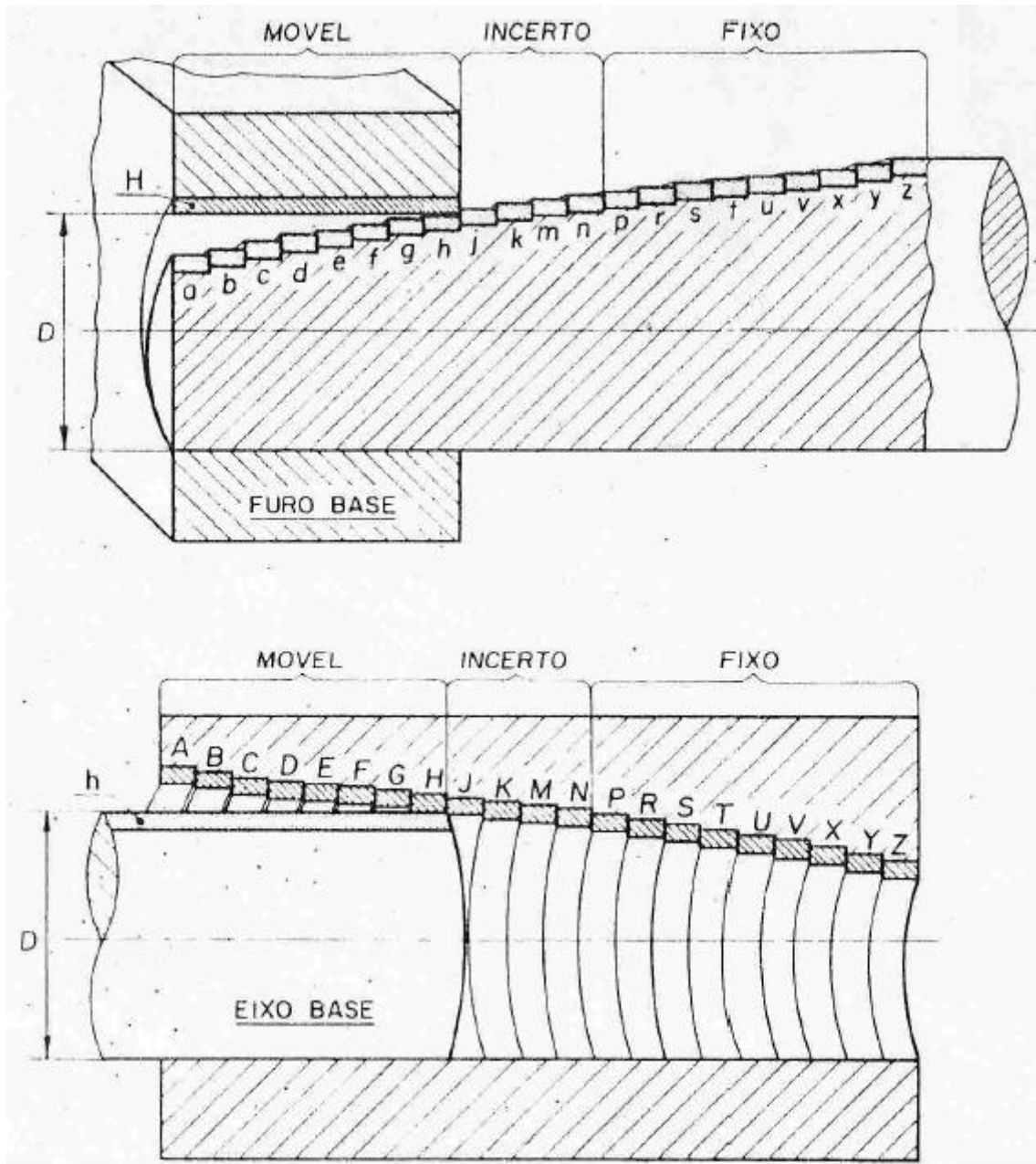
$$J_n = 0,076 \cos 20^\circ$$

$$J_n = 0,071 \text{ mm}$$

A tolerância para eixos é definida com base na norma ABNT NBR 6158, pelos sistemas de ajustes de furo-base e eixo-base (Figura 14). Essas definições também são aplicadas para ajustes na fabricação de cones, roscas, perfis quadrados e todas outras aplicações em que peças vão se acoplar.

- Furo-base é o sistema de ajuste no qual a medida inferior do furo é igual a dimensão nominal. Esse sistema é normalmente utilizado na fabricação de polias, engrenagens e acoplamentos, onde o diâmetro do eixo é maior ou menor que o diâmetro do furo dependendo da aplicação, seja por folga ou interferência.
- Eixo-base é o sistema de ajuste no qual a medida superior do eixo é igual a dimensão nominal. Um exemplo desse sistema está na fabricação de capas externas para rolamentos.

Figura 14: Furo-base e eixo-base.



Fonte: <http://www.projetistamecanico.com/2016/04/tolerancias-iso.html>

Ainda sobre sistemas de ajustes, existe as classes de ajustes (Figura 15) no qual é determinado pela variação dimensional das peças, sendo:

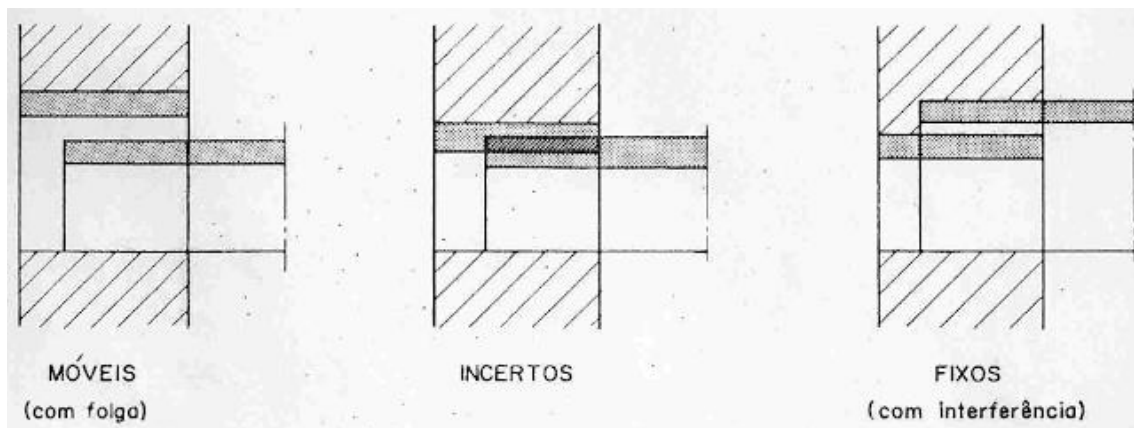
Ajuste móvel ou com folga – é definido sendo o diâmetro máximo do eixo menor que o diâmetro mínimo do furo, ocasionando assim uma folga ou jogo do eixo em relação ao furo.

Ajuste indeterminado ou incerto – é definido sendo que o diâmetro máximo do eixo e o diâmetro mínimo do furo se sobrepõem, seja parcialmente ou totalmente, nesse tipo de ajuste

pode haver tanto folga ou jogo entre o furo e o eixo como pode haver interferência entre as duas peças.

Ajuste prensado ou com interferência – é definido sendo o diâmetro máximo do furo menor que o diâmetro mínimo do eixo, nesse tipo de ajuste ocorre uma interferência no acoplamento das peças.

Figura 15: Classes de ajustes.



Fonte: <http://www.projetistamecanico.com/2016/04/tolerancias-iso.html>.

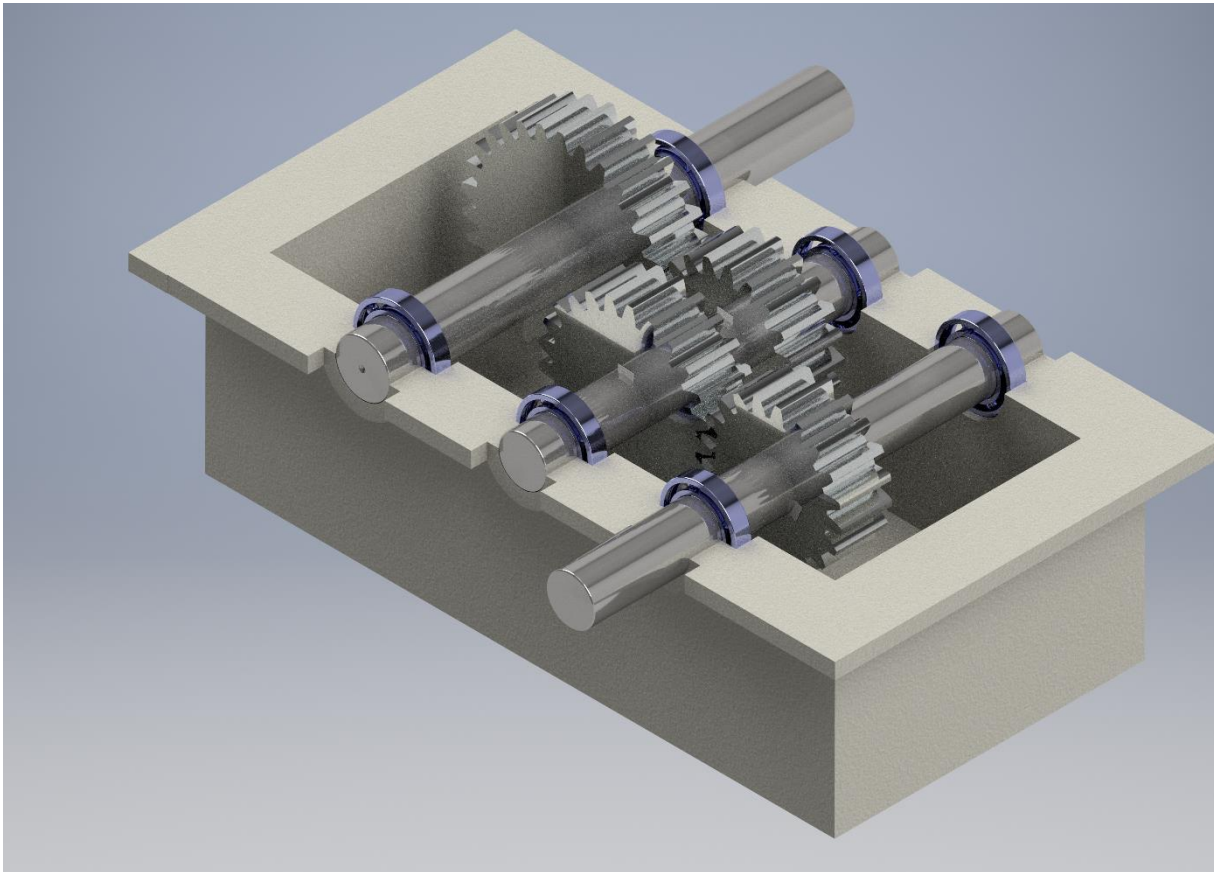
Para o sistema de redução por engrenagens cilíndricas de dentes retos, foi adotado o sistema Furo-base na classe de ajuste indeterminado para a montagem das engrenagens nos eixos. Analisando as tabelas presentes na norma ABNT NBR 6158 ficou definido os seguintes afastamentos para furos:

- Engrenagens com 20 e 25 dentes, diâmetro do furo **15 H1**, significando um furo com diâmetro de 15mm com afastamento limite de 0 a +0,0012mm.
- Eixos para engrenagens com 20 e 25 dentes, diâmetro de **15 js1**, significando um eixo com diâmetro de 15mm com afastamento limite de -0,0006mm a +0,0006mm.
- Engrenagem com 30 dentes, diâmetro do furo **17 H1**, significando um furo com diâmetro de 17mm com afastamento limite de 0 a +0,0012mm.
- Eixo para engrenagem com 30 dentes, diâmetro de **17 js1**, significando um eixo com diâmetro de 17mm com afastamento limite de -0,0006mm a +0,0006mm.

7.1.10 - Modelagem

Com base nos cálculos desenvolvidos no decorrer do projeto, foi feita a modelagem de cada componente e animação do sistema de redução no *software Inventor* (Figura 16). A caixa foi modelada apenas para acoplar o sistema de redução.

Figura 16: Sistema Modelado.



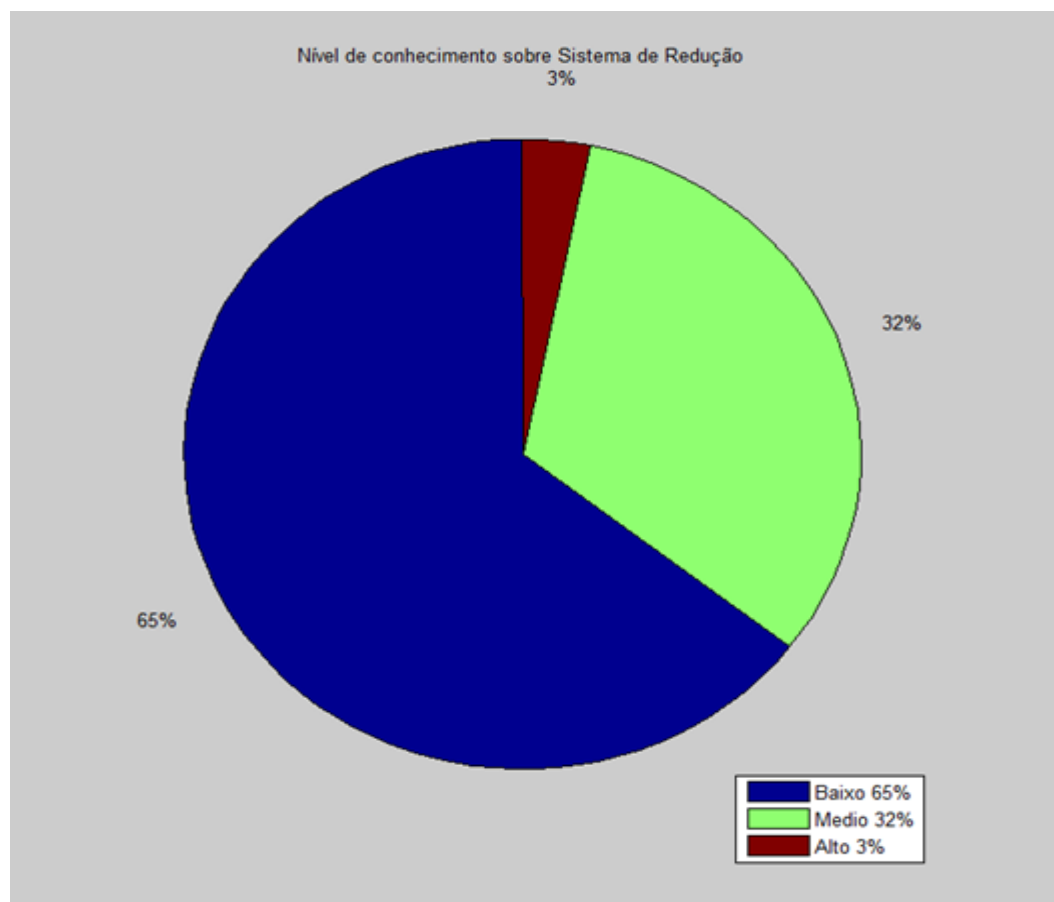
Fonte: Próprios autores (2017).

8 - Conclusão

O estudo, dimensionamento e modelagem do sistema de redução proporcionou para os integrantes do grupo amplo conhecimento sobre os elementos de máquinas, *softwares* de desenho e programação, além das disciplinas aplicadas no desenvolvimento do projeto. Os pontos fracos do projeto são o não conhecimento de algumas teorias e técnicas necessárias para o dimensionamento de um sistema de redução, e a falta de maleabilidade com o *software* de desenho *Inventor*, gerando assim um empecilho para o melhor desenvolvimento do projeto.

Após uma pesquisa realizada no campus (Apêndice H), foi apurado que o nível de conhecimento dos alunos sobre sistemas de redução se mostrou contrário aos resultados esperados (Gráfico 4).

Gráfico 4: Nível de conhecimento sobre Sistema de Redução.



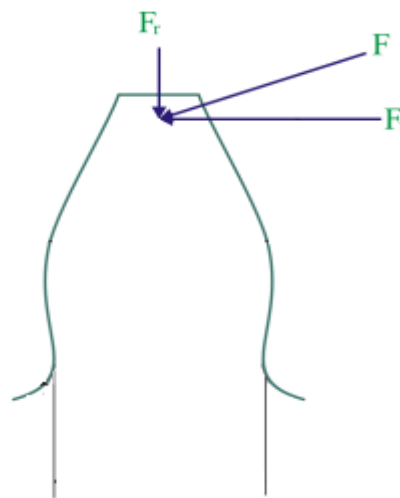
Fonte: Próprios autores (2017).

Assim, o grupo espera passar da melhor forma possível o conhecimento adquirido sobre os elementos de máquinas para os demais alunos do Campus.

Apêndice A

Em uma engrenagem cilíndrica de dentes retos a força sofrida possui duas componentes nos dentes, devido a inclinação existente entre o dente de uma engrenagem e o dente da outra engrenagem. A força que atua no eixo x possui o nome de força axial ou tangencial e a força que atua no eixo y possui o nome de força radial (Figura 17).

Figura 17: Forças no Dente da Engrenagem.



Fonte: Modificado de Apostila Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos (2017).

A força radial é a força que atua pressionando a engrenagem no eixo, é considerada também como uma força de fixação. A força radial, também conhecida como força centrípeta neste caso, é a responsável por causar o desgaste no eixo ao pressionar a engrenagem contra o mesmo.

A força axial é a força que atua no eixo x , fazendo com que a engrenagem tenha determinada força durante a rotação. Ela também recebe o nome de Torque, ou seja, é a responsável por dar força ao sistema, quanto maior for a força axial, maior será a eficiência de um sistema composto por engrenagens.

Assim, a força radial é a força que pode prejudicar o sistema, então na construção de um projeto ela deve ser minimizada e a força axial deve ser a força que deve ser aumentada. Os desgastes feitos pela força centrípeta no eixo serão desconsiderados devido à ausência de conhecimento aprofundado, mas a força centrípeta por mais que cause desgaste, é necessária para ajudar na fixação da engrenagem em seu eixo.

Apêndice B

%Programa para auxílio do dimensionamento de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos a partir do módulo e do número de dentes.

```
clear all
```

```
clc
```

```
format short
```

```
M= input ('Digite o valor do módulo de sua engrenagem:');
```

```
%Entra o valor do módulo.
```

```
if M==1|M==2|M==3|M==4|M==5|M==6|M==7|M==8;
```

```
%Módulos usuais limitados pelo programa.
```

```
Z= input ('digite o número de dentes de sua engrenagem:');
```

```
%Entra o valor do número de dentes da engrenagem.
```

%Em seguida são feitos os cálculos com base no módulo e número de dentes da engrenagem.

```
DP=(M*Z); %Diâmetro primitivo= Módulo * Número de dentes.
```

```
HP=(M+(1/6)*M); %Altura do pé do dente= Módulo + ((1/6)*Módulo).
```

```
DE=(DP+2*M); %Diâmetro externo= Diâmetro primitivo+2*Módulo.
```

```
H=(2*M+(1/6)*M); %Altura do dente= (2*Modulo+(1/6)*Módulo).
```

```
DI=(DP-2*HP); %Diâmetro interno=(Diâmetro primitivo-2*Altura do pé do dente.
```

```
P=(M*pi); %Passo= Módulo*pi.
```

```
ESPMAX=(10*M); %Espessura máxima da engrenagem= 10*Módulo.
```

```
ESPMIN=(6*M); %Espessura mínima da engrenagem= 6*Módulo.
```

```
fprintf ('O módulo da engrenagem é:%f \n',M)
```

```
fprintf ('O número de dentes da engrenagem é:%f \n',Z)
```

```
fprintf ('O diâmetro interno da engrenagem é:%f mm \n',DI)
```

```
fprintf ('O diâmetro primitivo da engrenagem é:%f mm \n',DP)
```

```
fprintf ('O diâmetro externo da engrenagem é:%f mm \n',DE)
```

```
fprintf ('A altura do dente da engrenagem é:%f mm \n',H)
```

```
fprintf ('A altura do pé do dente da engrenagem é:%f mm \n',HP)
```

```
fprintf ('O passo da engrenagem é:%f mm \n',P)
```

```
fprintf ('A espessura máxima da engrenagem é:%f mm \n',ESPMAX)
```

```
fprintf ('A espessura mínima da engrenagem é:%f mm \n',ESPMIN)
```

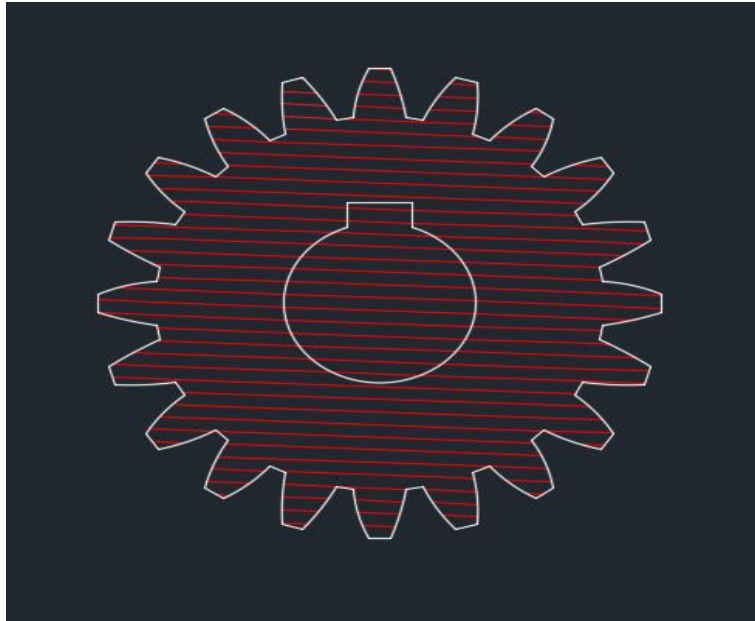
```
%Se o módulo não estiver dentro dos valores estipulados pelo
programa, a mensagem de erro será emitida.
else
fprintf ('ERRO. Verifique se o valor do módulo digitado é
usual.')
end
```

Apêndice C

Cálculo uma aproximado do volume das engrenagens

Para o cálculo da aproximação do volume das engrenagens é necessário que inicialmente se tenha a área aproximada da parte frontal de toda a engrenagem, como mostrado de vermelho na Figura 18.

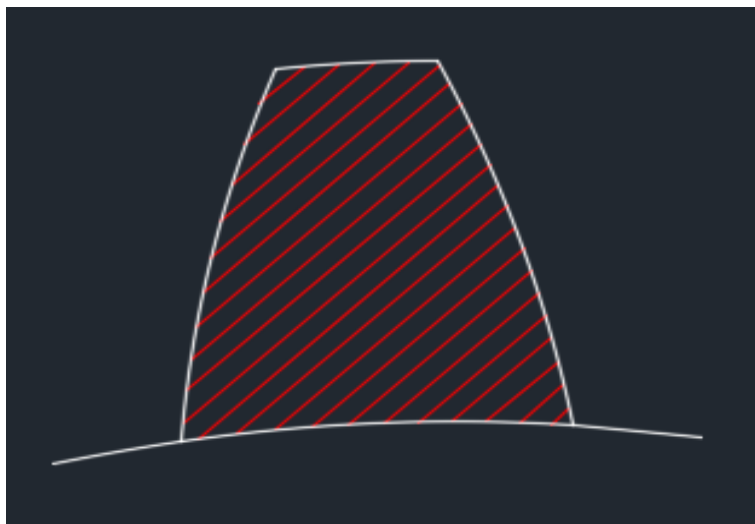
Figura 18: Representação da área frontal da engrenagem.



Fonte: Próprios autores (2017).

Primeiramente foi obtida a aproximação da área frontal do dente da engrenagem, como representa a Figura 19.

Figura 19: Demonstração da área do dente da engrenagem.

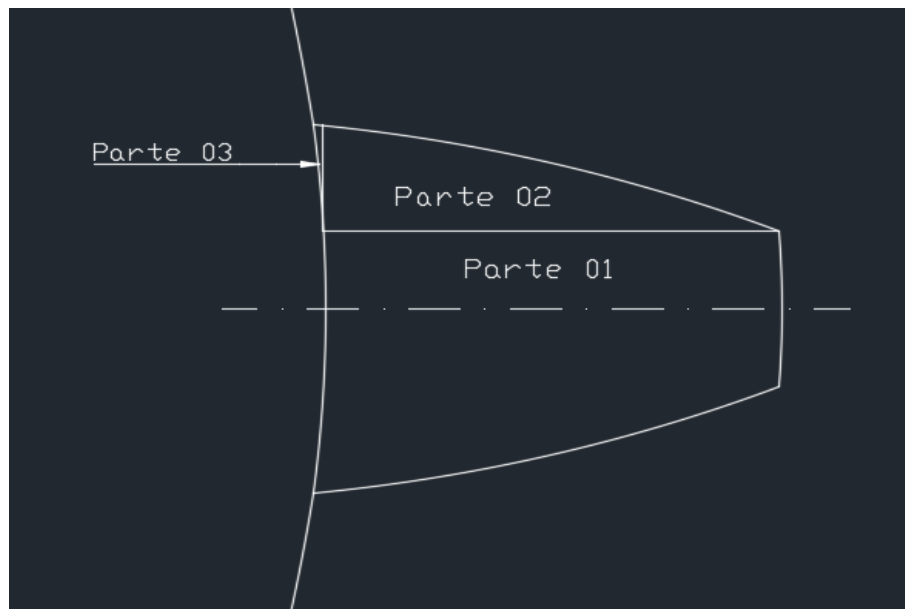


Fonte: Próprios autores (2017).

É importante ressaltar que para que ocorra o engrenamento correto entre duas engrenagens, todos os dentes de ambas as engrenagens devem possuir o mesmo módulo. Porém, os perfis envolventes de seus dentes variam de acordo com o diâmetro de cada uma delas, mas como a variação é mínima, ela será desconsiderada. Sabendo disso, resume-se todo o cálculo em um dente de apenas uma engrenagem.

Para o desenvolvimento do cálculo da área foi utilizado os *softwares AutoCad e Matlab*, além dos conceitos de cálculo sobre integral. Inicialmente o desenho foi rotacionado e a primeira metade do dente da engrenagem, por se tratar de um desenho simétrico, foi dividida em outras três partes (Figura 20).

Figura 20: Divisão da área do dente da engrenagem.

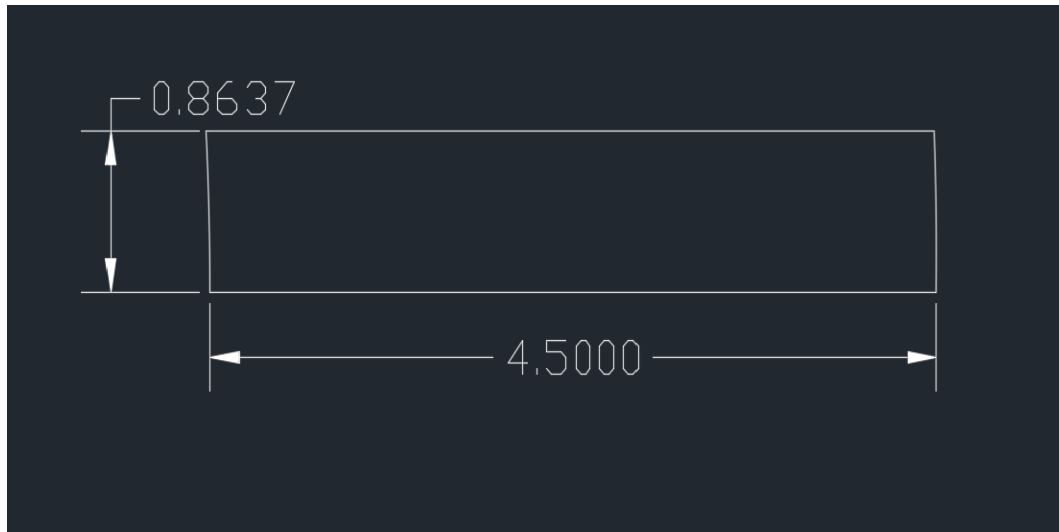


Fonte: Próprios autores (2017).

Como a Parte 01 se trata de um retângulo, foi calculado a partir de vetores nas direções x e y (Figura 21).

$$\text{Área} = x y$$

Figura 21: Parte 01 do dente da engrenagem.



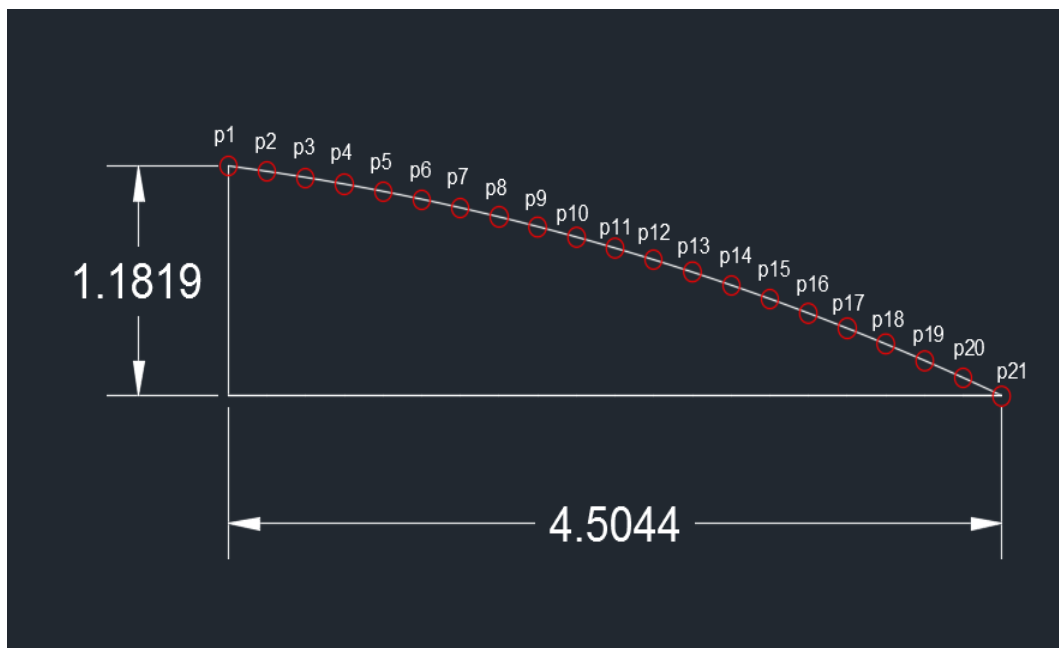
Fonte: Próprios autores (2017).

$$\text{Área} = 4,5 * 0,8637$$

$$\text{Área} = 3,8866 \text{ mm}^2$$

Após o desenho da Parte 02 ter sido deslocado para a origem dos eixos x e y, o mesmo foi dividido em vinte e um pontos (Figura 22). Suas coordenadas foram transcritas para o Quadro 18.

Figura 22: Parte 02 do dente da engrenagem.



Fonte: Próprios autores (2017).

Quadro 18: Coordenadas da Parte 02.

Dados de entrada	Abscissa (x)	Ordenada (y)
Ponto 1	0	1,1819
Ponto 2	0,2252	1,1541
Ponto 3	0,4504	1,1233
Ponto 4	0,6757	1,0892
Ponto 5	0,9009	1,0520
Ponto 6	1,1261	1,0116
Ponto 7	1,3513	0,9680
Ponto 8	1,5765	0,9211
Ponto 9	1,8018	0,8710
Ponto 10	2,0270	0,8176
Ponto 11	2,2522	0,7608
Ponto 12	2,4740	0,7006
Ponto 13	2,7026	0,6370
Ponto 14	2,9279	0,5700
Ponto 15	3,1531	0,4995
Ponto 16	3,3783	0,4254
Ponto 17	3,6035	0,3477
Ponto 18	3,8287	0,2664
Ponto 19	4,0540	0,1814
Ponto 20	4,2792	0,0926
Ponto 21	4,5044	0

Fonte: Próprios autores (2017).

Conhecendo as coordenadas da curva transcrita pelo desenho, e com o auxílio do *software Matlab*, foi desenvolvido um programa que determina um polinômio que passa por estes mesmos vinte e um pontos, como representado a seguir:

```
%Programa utilizado para criar um polinômio que mais se
aproxima dos pontos da curva transcrita pelo desenho
clear all
%Os vetores x e y são os pontos da curva transcrita pelo
desenho
x=[0.0 0.22522 0.4504 0.6757 0.9009 1.1261 1.3513 1.5765
1.8018 2.027 2.2522 2.474 2.7026 2.9279 3.1531 3.3783 3.6035
3.8287 4.054 4.2792 4.5044];
y=[1.1819 1.1541 1.1233 1.0892 1.052 1.0116 0.968 0.9211 0.871
0.8176 0.7608 0.7006 0.637 0.57 0.4995 0.4254 0.3477 0.2664
0.1814 0.0926 0.0];
p= polyfit (x,y,2) %Comando utilizado para obter o polinômio
%Abaixo foi criado uma tabela que imprima os pontos para
auxilio ao transcrevelos para o relatório
tabelaAP(:,1)=x';
tabelaAP(:,2)=y';
disp('      X          Y')
disp('')
disp(tabelaAP)
```

Logo após o mesmo ser executado, a saída na *Command Window* gerou o seguinte polinômio:

$$g(x) = -0,0334x^2 - 0,1108x + 1,1800$$

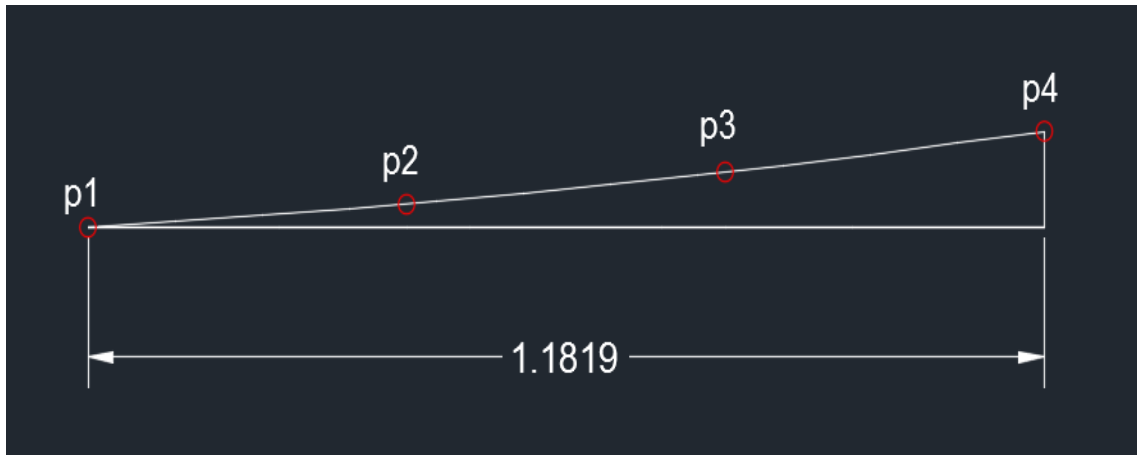
A integral definida de um polinômio é a área formada abaixo da curva do mesmo (STEWART, J, 2006). Realizando a integral do polinômio obtém-se:

$$\int_0^{4.5044} -0,0334x^2 - 0,1108x + 1,1800 dx = 3,1736$$

Logo, a área da Parte 02 é de aproximadamente 3,1736 milímetros quadrados.

No cálculo da Parte 03 foram executados os mesmos procedimentos anteriores, porém agora determinando quatro pontos (Figura 23). Suas coordenadas foram transcritas para o Quadro 19.

Figura 23: Parte 03 do dente da engrenagem.



Fonte: Próprios autores (2017).

Quadro 19: Coordenadas da Parte 03.

Dados de entrada	Abscissa (x)	Ordenada (y)
Ponto 1	0	0
Ponto 2	0,3939	0,0239
Ponto 3	0,7879	0,0568
Ponto 4	1,1819	0,0986

Fonte: Próprios autores (2017).

Com as coordenadas dos quatro pontos, foi criado um programa no *Matlab* que determina um polinômio que passa por estes quatro pontos, como representado a seguir:

```
%Programa utilizado para criar um polinômio que mais se
aproxima dos pontos da curva transcrita pelo desenho
clear all
%Os vetores x e y são os pontos da curva transcrita pelo
desenho
x=[ 0 0.3939 0.7879 1.18189];
y=[ 0 0.0239 0.0568 0.0986];
p= polyfit (x,y,2) %Comando utilizado para obter o polinômio
%Abaixo foi criado uma tabela que imprima os pontos para
auxilio ao transcrevelos para o relatório
tabelaAP(:,1)=x';
tabelaAP(:,2)=y';
disp('      X          Y')
disp('')
disp(tabelaAP)
```

Ao executá-lo foi obtido o seguinte polinômio:

$$h(x) = 0,0288x^2 + 0,0494x + 0,0000$$

Aplicando novamente o método de integração definida ao polinômio, obteve-se:

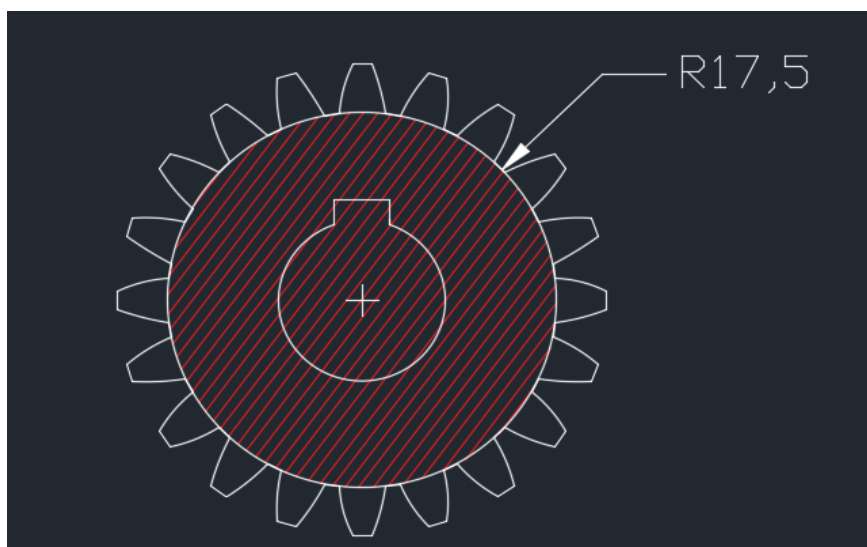
$$\int_0^{1.1819} 0,0288x^2 + 0,0494x + 0,0000 dx = 0,0503$$

Assim, a área formada pela Parte 03 é de aproximadamente 0,0503 milímetros quadrados. Com a aproximação das três áreas da primeira metade de um dente das engrenagens, é determinado a área total do dente somando as áreas e multiplicando por dois:

$$\begin{aligned} \text{Área do dente} &= (3,8866 + 3,1736 + 0,0503) * 2 \\ \text{Área do dente} &= 14,2210\text{mm}^2 \end{aligned}$$

Logo a área de um dente das engrenagens que possuem módulo dois, é aproximadamente 14,2210 milímetros quadrados. Agora, foi calculado a área frontal do corpo da engrenagem representada de vermelho na Figura 24.

Figura 24: Demonstração da área frontal do corpo da engrenagem.



Fonte: Próprios autores (2017).

Assim,

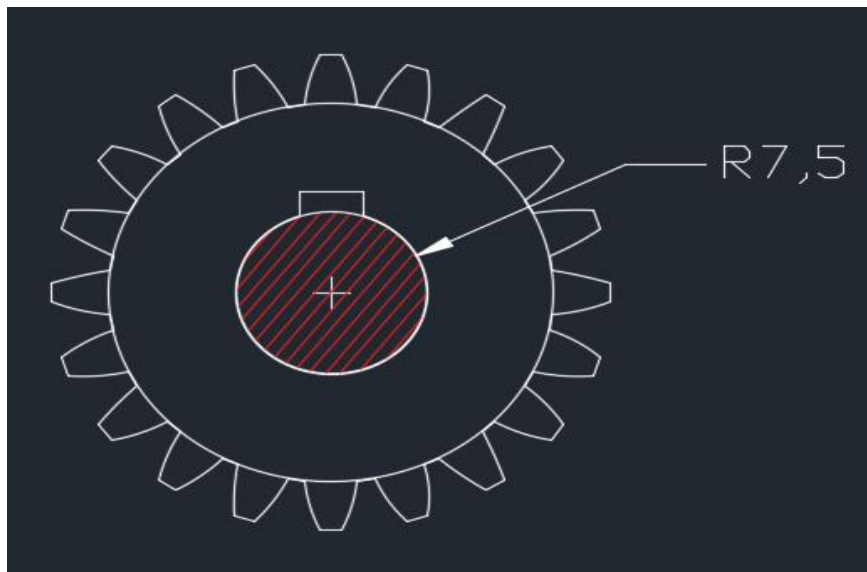
$$A = \pi r^2$$

$$A = \pi * 17,5^2$$

$$A = 962,1127 \text{ mm}^2$$

A Figura 25 representa a área do rasgo do eixo, calculado posteriormente.

Figura 25: Demonstração da área do eixo.



Fonte: Próprios autores (2017).

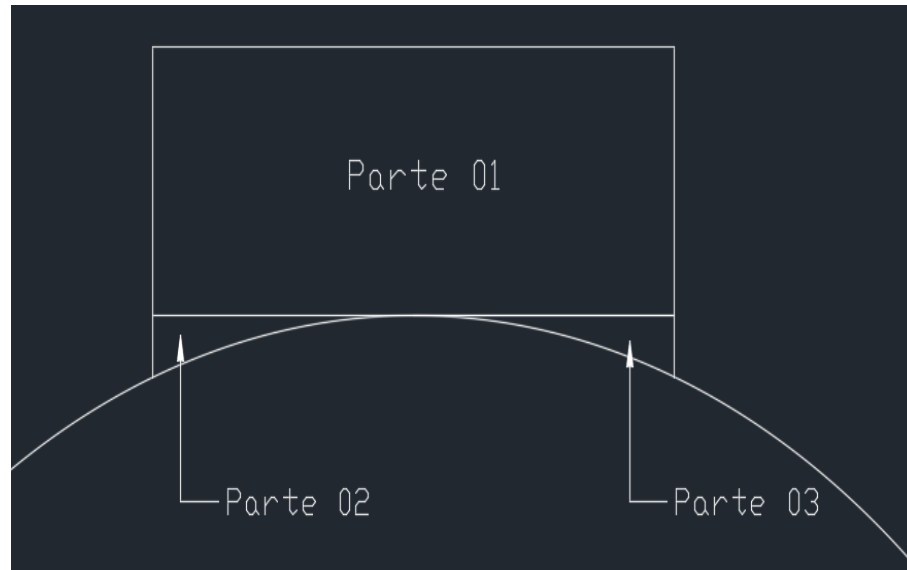
$$A = \pi r^2$$

$$A = \pi * 7,5^2$$

$$A = 176,7145 \text{ mm}^2$$

Para calcular a área do rasgo da chaveta na engrenagem sua área foi dividida em três partes (Figura 26). Como no sistema de redução todas as chavetas possuem as mesmas dimensões, o mesmo procedimento de cálculo será utilizado para todas as engrenagens.

Figura 26: Demonstração das partes do rasgo da chaveta.



Fonte: Próprios autores (2017).

Logo abaixo o cálculo da área da parte 01 utilizando as medidas representadas na Figura 27:

$$\text{Área} = 5,0000 * 1,8711$$

$$\text{Área} = 9,3555 \text{ mm}^2$$

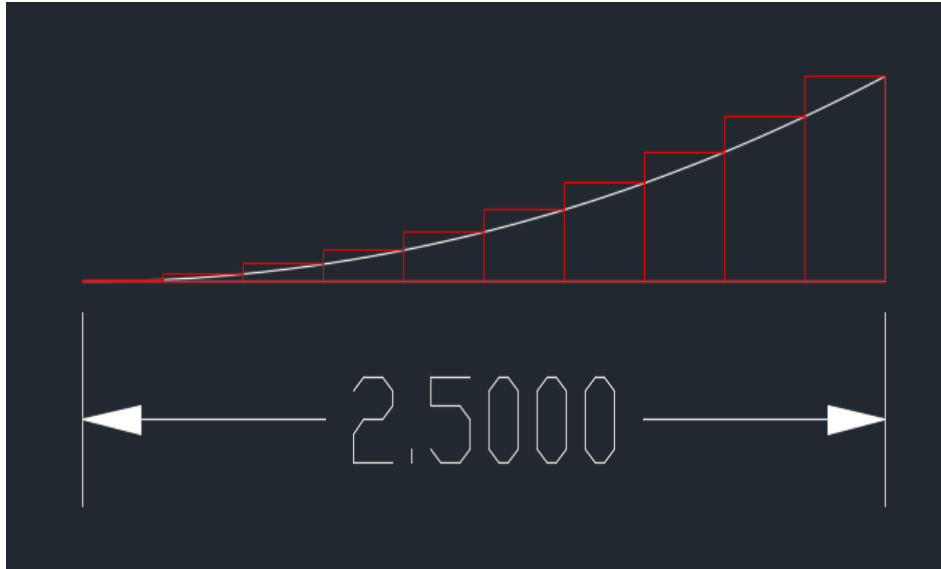
Figura 27: Parte 01 do rasgo da chaveta.



Fonte: Próprios autores (2017).

Para calcular a área da parte 02 foi utilizado a Soma de *Riemann*. A curva foi dividida em dez partes iguais, e assim, calculado uma aproximação a partir dos retângulos obtidos (Figura 28):

Figura 28: Parte 02 do rasgo da chaveta.



Fonte: Próprios autores (2017).

As dimensões dos retângulos foram transcritas para o Quadro 20:

Quadro 20: Dimensões dos retângulos.

	Base	Altura	Área
Retângulo 01	0,2500 mm	0,0042 mm	0,0010 mm ²
Retângulo 02	0,2500 mm	0,0167 mm	0,0042 mm ²
Retângulo 03	0,2500 mm	0,0376 mm	0,0094 mm ²
Retângulo 04	0,2500 mm	0,0670 mm	0,0167 mm ²
Retângulo 05	0,2500 mm	0,1049 mm	0,0262 mm ²
Retângulo 06	0,2500 mm	0,1515 mm	0,0378 mm ²
Retângulo 07	0,2500 mm	0,2070 mm	0,0517 mm ²
Retângulo 08	0,2500 mm	0,2716 mm	0,0679 mm ²
Retângulo 09	0,2500 mm	0,3455 mm	0,0863 mm ²
Retângulo 10	0,2500 mm	0,4289 mm	0,1072 mm ²

Fonte: Próprios autores (2017).

Somando as áreas dos dez retângulos, foi obtido uma área total igual a 0,4084 milímetros quadrados. A área 03 é numericamente igual a área da parte 02, devido a simetria. Assim, pode-se determinar a área do rasgo da chaveta como:

$$\begin{aligned} \text{Área} &= (0,4084 * 2) + 9,3555 \\ \text{Área} &= 10,1723 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

Com todas estas dimensões calculadas, pode-se determinar a área total da engrenagem. Somando a área de todos os dentes com a área do corpo e subtraindo pela área do rasgo do eixo e da chaveta, têm-se:

$$\begin{aligned} \text{Área total da engrenagem} &= (14,2210 * 20) + (962,1127 - 176,7145 - 10,1723) \\ \text{Área total da engrenagem} &= 1227,0049 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

Como a engrenagem possui uma espessura de 16 milímetros, foi determinado o volume total da engrenagem de vinte dentes, sendo:

$$\begin{aligned} \text{Volume} &= \text{área} * \text{profundidade} \\ \text{Volume} &= 1059,645 * 16 \\ \text{Volume} &= 16954,32 \text{ mm}^3 \end{aligned}$$

Assim, o volume total da engrenagem de vinte dentes é 19632,0784 milímetros cúbicos. Realizando os mesmos procedimentos no cálculo desta engrenagem para as demais, foram obtidas as seguintes aproximações (Quadro 21).

Quadro 21: Área e Volume Engrenagens.

	Área frontal (mm ²)	Volume (mm ³)
Primeira engrenagem	1227,0049	16954,32
Segunda engrenagem	1759,0692	28145,1152
Terceira engrenagem	1227,0049	16954,32
Quarta engrenagem	2565,3071	41044,9136

Fonte: Próprios autores (2017).

A partir dos dados retirados do Quadro 22, foi determinado a densidade do aço 1020.

Quadro 22: Características Aços.

Metal	Peso atômico (ponderado) g/mol	Densidade g/cm ³	Área do eletrodo cm ²
AISI 1020 [23]	55,36	7,86	0,089
AISI 304L [23]	55,59	7,90	0,084
AISI 316L (1)	56,26	8,0	0,131
AISI 316L (1)	56,26	8,0	0,192
AISI 316L (1)	56,29	8,0	0,100
Duplex [23] SAF 2205	56,84	8,0	0,140

Fonte: Adaptada de <http://www.scielo.mec.pt/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0870-11642014000300003> Acessado em: 23 de junho 2017.

Assim, considerando a densidade do aço 1020 como 7,88g/cm³ (0,00788g/mm³), foi realizado os cálculos de massa das quatro engrenagens pelo produto do volume pela densidade (Quadro 23).

Quadro 23: Massa das Engrenagens

	Volume (mm ³)	Densidade (g/mm ³)	Massa (g)
Primeira engrenagem	16954,32000	0,00788	133,60004
Segunda engrenagem	28145,11520	0,00788	221,78350
Terceira engrenagem	16954,32000	0,00788	133,60004
Quarta engrenagem	41044,91360	0,00788	323,43919

Fonte: Próprios autores (2017).

Apêndice D

Cálculo ajuste de curva pelo Mínimos Quadrados

Para explicar como é feito o ajuste de curvas pelo método do mínimos quadrados, encontra-se um polinômio segundo grau, que melhor se ajusta pelas coordenadas do dente. Tomando como exemplo as coordenadas X e Y obtidas a partir da curva (Figura 23) descrita pelo desenho com o auxílio do *software AutoCAD*.

X : 0; 0,3939; 0,7879; 1,1819

Y : 0; 0,0239; 0,0568; 0,0986

Monta-se o sistema:

$$C + 0D + 0E = 0$$

$$C + 0,3939D + 0,15515721E = 0,0239$$

$$C + 0,7879D + 0,62078641E = 0,0568$$

$$C + 1,1819D + 1,39679306E = 0,0986$$

Sendo:

C = as coordenadas 1;

D = as coordenadas X ;

E = as coordenadas X^2 ;

E a soma de todos esses elementos igual a Y .

Montando um sistema $AX = Y$, temos:

$$\begin{array}{ccc} & A & X & Y \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0,3939 & 0,15515721 \\ 1 & 0,7879 & 0,62078641 \\ 1 & 1,1819 & 1,39679306 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} C \\ D \\ E \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} 0 \\ 0,0239 \\ 0,0568 \\ 0,0986 \end{bmatrix} \end{array}$$

Após monta-se as soluções normais, $A^tAX = A^tY$:

$$\begin{array}{c}
 A^t \qquad \qquad \qquad A \qquad \qquad \qquad X \\
 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0,3939 & 0,7879 & 1,1819 \\ 0 & 0,15515721 & 0,62078645 & 1,39679306 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0,3939 & 0,15515721 \\ 1 & 0,7879 & 0,62078641 \\ 1 & 1,1819 & 1,39679306 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \\ E \end{bmatrix} = \\
 A^t \qquad \qquad \qquad Y \\
 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0,3939 & 0,7879 & 1,1819 \\ 0 & 0,15515721 & 0,62078645 & 1,39679306 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0,0239 \\ 0,0568 \\ 0,0986 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

Calculando-a:

$$\begin{bmatrix} 4 & 2,3637 & 2,17273672 \\ 2,3637 & 2,17283123 & 2,201103786588 \\ 2,17273672 & 2,201103786588 & 2,360480428783 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \\ E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1793 \\ 0,17070227 \\ 0,176692723395 \end{bmatrix}$$

Com isso a escalona-se e obtém o seguinte sistema:

$$\begin{aligned}
 4C + 2,3637D + 2,17273672E &= 0,1793 \\
 0C + 0,7760618075D + 0,917179340332E &= 0,0647494175 \\
 0C + 0D + 0,096326811029E &= 0,002776477296
 \end{aligned}$$

Resolvendo o sistema:

$$\begin{aligned}
 E &= 0,02882351514 \\
 D &= 0,04936859993 \\
 C &= -0,000004617
 \end{aligned}$$

Aplicando o mesmo arredondamento de casas decimais, do mesmo modo que o software *Matlab* oferece, obtemos um polinômio que define a melhor ajustagem usando o método dos mínimos quadrados, é:

$$0,0288x^2 + 0,0494x - 0,0000 = 0$$

Apêndice E

Cálculo das velocidades escalares:

Sabendo que:

Velocidade escalar da primeira engrenagem = V_1

Velocidade escalar da segunda engrenagem = V_2

Velocidade escalar da terceira engrenagem = V_3

Velocidade escalar da quarta engrenagem = V_4

Velocidade angular da primeira engrenagem = ω_1

Velocidade angular da segunda engrenagem = ω_2

Velocidade angular da terceira engrenagem = ω_3

Velocidade angular da quarta engrenagem = ω_4

Como a engrenagem 1 está conectada externamente à engrenagem 2, tem-se:

$$V_1 = V_2$$

Como a engrenagem 3 está conectada externamente à engrenagem 4, tem-se:

$$V_3 = V_4$$

Estando a engrenagem 2 conectada ao eixo da engrenagem 3, tem-se a seguinte relação:

$$\omega_2 = \omega_3$$

Calcula-se V_1 :

$$V_1 = 2\pi f_1 R_1$$

$$V_1 = 7539,82 \text{ mm/s}$$

É possível então calcular a relação entre V_2 e V_3 :

1. $V_2 = 2\pi f_2 R_2$
2. $V_3 = 2\pi f_3 R_3$

Isolando f_2 em (1), e substituindo em (2), tem-se:

$$V_3 = \frac{V_2 R_3}{R_2}$$

Resumindo essas relações em uma matriz pode-se escrever:

$$\begin{array}{ccc} & A & V & V_e \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} 7539,82 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Multiplicando ambos os lados pela inversa de A, têm-se:

$$A^{-1}AV = A^{-1}V_e$$

$$V = A^{-1}V_e$$

$$V = V_e A^{-1}$$

$$\begin{array}{ccc} & V & V_e & A^{-1} \\ \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0.8 & 0.8 & -1 & 0 \\ 0.8 & 0.8 & -1 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 7539 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} V \\ \begin{bmatrix} 7539 \\ 7539 \\ 6031 \\ 6031 \end{bmatrix} \end{array}$$

Apêndice F

Cálculo de uma matriz de transformação linear que relaciona as velocidades escalares e as velocidades angulares das engrenagens:

$$V = R \omega:$$

$$\begin{matrix} & R & & \omega & & V \\ \begin{bmatrix} R1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R4 \end{bmatrix} & & \begin{bmatrix} \omega1 \\ \omega2 \\ \omega3 \\ \omega4 \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} V1 \\ V2 \\ V3 \\ V4 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Multiplicando ambos os lados pela inversa de R , têm-se:

$$R^{-1}R \omega = R^{-1}V$$

$$I \omega = R^{-1}V$$

$$\omega = R^{-1}V$$

Sendo a matriz R igual a:

$$\begin{matrix} & R \\ \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 30 \end{bmatrix} & \end{matrix}$$

Sua inversa é:

$$\begin{matrix} & R^{-1} \\ \begin{bmatrix} 0,0500 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0400 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,0333 \end{bmatrix} & \end{matrix}$$

Logo:

$$\omega = R^{-1} V$$

$$\begin{matrix} \omega \\ \left[\begin{matrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{matrix} \right] \end{matrix} = \begin{matrix} R^{-1} \\ \left[\begin{matrix} 0,0500 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0400 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,0333 \end{matrix} \right] \end{matrix} \begin{matrix} V \\ \left[\begin{matrix} 7539 \\ 7539 \\ 6031 \\ 6031 \end{matrix} \right] \end{matrix}$$

Portanto as velocidades angulares são:

$$\begin{matrix} \omega \\ \left[\begin{matrix} 376,99 \\ 301,59 \\ 301,59 \\ 201,06 \end{matrix} \right] \end{matrix}$$

Apêndice G

Cálculo do torque e do raio dos eixos:

Onde:

ω = Velocidade angular

P = Potência

T_{adm} = Tensão de cisalhamento admissível

T = Torque

c = Raio do eixo

1° Eixo:

O torque é obtido por:

$$P = T \omega_1$$

$$T = \frac{p}{\omega}$$

$$T = \frac{18000}{376,99}$$

$$T = 47,74 \text{ N/m}$$

A partir destes cálculos usa-se a fórmula para calcular o raio do eixo:

$$\frac{J}{c} = \frac{\pi c^4}{2 c} = \frac{T}{T_{adm}}$$

$$c = \left[\frac{2T}{\pi T_{adm}} \right]^{\frac{1}{3}}$$

$$c = \left[\frac{2(47,74)(1000)}{\pi(99)} \right]^{\frac{1}{3}}$$

$$c = 6.745 \text{ mm}$$

Assim o diâmetro é obtido por:

$$2c = 13,49 \text{ mm}$$

2° Eixo:

O torque é obtido por:

$$P = T \omega_2$$

$$T = \frac{p}{\omega}$$

$$T = \frac{18000}{301,59}$$

$$T = 59,68 \text{ N/m}$$

A partir destes cálculos usa-se a fórmula para calcular o raio do eixo:

$$\frac{J}{c} = \frac{\pi c^4}{2 c} = \frac{T}{T_{adm}}$$

$$c = \left[\frac{2T}{\pi T_{adm}} \right]^{\frac{1}{3}}$$

$$c = \left[\frac{2(59,68)(1000)}{\pi(99)} \right]^{\frac{1}{3}}$$

$$c = 7,265 \text{ mm}$$

Assim o diâmetro é obtido por:

$$2c = 14,53 \text{ mm}$$

3° Eixo:

O torque é obtido por:

$$P = T \omega_4$$

$$T = \frac{p}{\omega}$$

$$T = \frac{18000}{201,06}$$

$$T = 89,52 \text{ N/m}$$

A partir destes cálculos usa-se a fórmula para calcular o raio do eixo:

$$\frac{J}{c} = \frac{\pi c^4}{2} = \frac{T}{T_{adm}}$$
$$c = \left[\frac{2T}{\pi T_{adm}} \right]^{\frac{1}{3}}$$
$$c = \left[\frac{2(89,52)(1000)}{\pi(99)} \right]^{\frac{1}{3}}$$
$$c = 8,315 \text{ mm}$$

Assim o diâmetro é obtido por:

$$2c = 16,63 \text{ mm}$$

Apêndice H

Pesquisa do nível de conhecimento sobre sistema de redução com os alunos do Campus. Com a seguinte pergunta:

Qual seu nível de conhecimento sobre sistemas de redução?

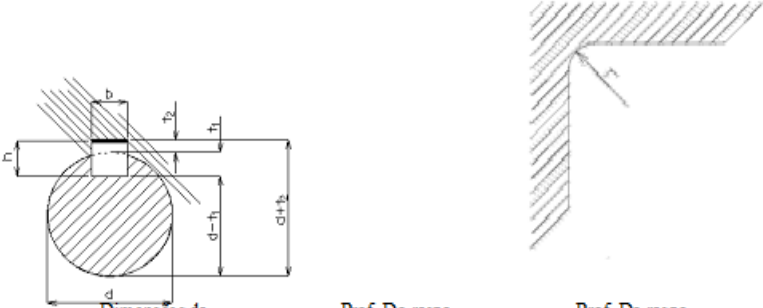
Com os resultados da pesquisa foi desenvolvido um programa no *software Matlab*, representado abaixo:

```
%programa que gera um gráfico de pizza
%pesquisa feita no campus
%do nível de conhecimento sobre Sistema de Redução
%20 pessoas disseram baixo, 10 disseram médio, 1 disse alto.
clear all
conceitos=[ 20 10 1];
pie(conceitos)
title('Nível de conhecimento sobre Sistema de Redução')
legend('Baixo 65%', 'Médio 32%', 'Alto 3%',4)
```

Anexo A

Tabela 3: Rasgo Chaveta

**TABELA DE FURO E RASGO DE CHAVETA CONFORME NORMA
DIN 6885/1**



Ø do eixo d		Dimensões da chaveta Aço AISI 1045 Trefilado		Prof. Do rasgo no eixo		Prof. Do rasgo no cubo		Arredondamento no fundo do rasgo r, p' o eixo e cubo.	
Acima de	Até	Largura b	Altura h	t ₁	Tolerância Admissível	t ₂	Tolerância Admissível	máximo	mínimo
6	8	2	2	1,2	+0,1	1	+0,1	0,16	0,08
8	10	3	3	1,8	+0,1	1,4	+0,1	0,16	0,08
10	12	4	4	2,5	+0,1	1,8	+0,1	0,16	0,08
12	17	5	5	3	+0,1	2,3	+0,1	0,25	0,16
17	22	6	6	3,5	+0,1	2,8	+0,1	0,25	0,16
22	30	8	7	4	+0,2	3,3	+0,2	0,25	0,16
30	38	10	8	5	+0,2	3,3	+0,2	0,4	0,25
38	44	12	8	5	+0,2	3,3	+0,2	0,4	0,25
44	50	14	9	5,5	+0,2	3,8	+0,2	0,4	0,25
50	58	16	10	6	+0,2	4,3	+0,2	0,4	0,25
58	65	18	11	7	+0,2	4,4	+0,2	0,4	0,25
65	75	20	12	7,5	+0,2	4,9	+0,2	0,6	0,4
75	85	22	14	9	+0,2	5,4	+0,2	0,6	0,4
85	95	25	14	9	+0,2	5,4	+0,2	0,6	0,4
95	110	28	16	10	+0,2	6,4	+0,2	0,6	0,4
110	130	32	18	11	+0,2	7,4	+0,2	0,6	0,4
130	150	36	20	12	+0,3	8,4	+0,3	1,0	0,7
150	170	40	22	13	+0,3	9,4	+0,3	1,0	0,7
170	200	45	25	15	+0,3	10,4	+0,3	1,0	0,7
200	230	50	28	17	+0,3	11,4	+0,3	1,0	0,7
230	260	56	32	20	+0,3	12,4	+0,3	1,6	1,2
260	290	63	32	20	+0,3	12,4	+0,3	1,6	1,2
290	330	70	36	22	+0,3	14,4	+0,3	1,6	1,2
330	380	80	40	25	+0,3	15,4	+0,3	2,5	2
380	440	90	45	28	+0,3	17,4	+0,3	2,5	2
440	500	100	50	31	+0,3	19,5	+0,3	2,5	2

Fonte: Adaptado Solidprize Blogspot

Disponível em: <http://solidprize.blogspot.com.br/2011/09/tabela-de-rasgo-de-chaveta-conforme.html> Acessado em 11 de jun. 2017.

REFERÊNCIAS

AGOSTINHO, O., L.; RODRIGUES, A., C., S; LIRANI, J. (1977) **Tolerâncias, Ajustes, Desvios e Análise de Dimensões: Princípios de Engenharia de Fabricação Mecânica**. São Paulo: Blucher, 2015. (14ª reimpressão, 295p).

ALBERTAZZI, A.; SOUSA, A., R. **Fundamentos de metrologia científica e industrial**. São Paulo: JLG/Pearson, 2008, 408p.

ALMACINHA, J., A., S.; SEABRA, J., H., O, **Aplicação de sistemas de precisão normalizados na especificação da folga entre dentes de roda cilíndricas de engrenagens exteriores**. Controlo dimensional da espessura dos dentes. Disponível em: <<https://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/9324/2/57054.pdf>>. Acessado em 03 de jun. de 2017.

BAÊTA, F. C; SARTOR, V. **Resistência dos materiais e dimensionamento de estruturas para construções rurais**. Viçosa: 1999, p. 4. Disponível em: <<http://arquivo.ufv.br/dea/ambiagro/arquivos/resistencia.pdf>>. Acessado em 07 de jun. de 2017.

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA – UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ. ABNT NBR 6158 Sistema de tolerâncias e ajustes. Disponível em: <<http://ftp.demec.ufpr.br/disciplinas/TM297/Arquivos%20gerais/NBR-6158%20-%201995%20-%20Sistema%20de%20Toler%20ncias%20e%20Ajustes.pdf>>. Acessado em 03 de jun. de 2017.

EGG, A. E. Introducción a las técnicas de investigación social: para trabajadores sociales, 1978. In: LAKATOS, MARKONI, Caio de. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 4ª ed. São Paulo: Atlas, 2001.

HIBBELER, R. C. **Resistência dos materiais**. Tradução de Arlete Smille Marques. 7ª Ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

JÚNIOR, A. A. S. **Engrenagens Cilíndricas de dentes retos**. Campinas, 2003. Apostila. Disponível em: <http://www.fem.unicamp.br/~lafer/em718/arquivos/engrenagens_cilindricas_dentes_retos.pdf>. Acessado em: 20 de abril de 2017.

LEON, S. J. **Álgebra linear com aplicações**. Tradução de Sérgio G. T. 8ª Ed. Rio de Janeiro: LTC, 2014.

LOPES, Robson. **Tabela de rasgo de chaveta conforme norma DIN6885/1**. Palhoça SC. 17 set. 2011. Disponível em: <<http://solidprize.blogspot.com.br/2011/09/tabela-de-rasgo-de-chaveta-conforme.html>>. Acesso em: 11 de jun. 2017.

MELCONIAN, S. **Elementos de Máquinas**. 9ª Ed. São Paulo: Editora Érica, 2009

MOTT, R. L. **Elementos de Máquinas em Projetos Mecânicos**. Tradução de Poliana M. O. e Giuliana N. 5ª Ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2015.

NORTON, R. L. **Projetos de Máquinas**. Uma abordagem integrada. Tradução de Renato Machnievscz, et al. 4ª Ed. Porto Alegre. Bookman, 2013.

NSK - Manual de Treinamento. Disponível em: <<http://rolamentos.org/index.php/portfolio/nsk-manual-de-treinamento/>>. Acessado em 04 de jun. de 2017.

STEWART, J. **Cálculo**. Tradução de Antônio Carlos Moretti, et al. 5ª Ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2006. v.1.

TEBALDI, A. M. **Projeto de uma caixa de transmissão com uma marcha reduzida para protótipo Baja SAE**: Trabalho de Conclusão de curso. Rio de Janeiro: 2015. Disponível em: < <http://monografias.poli.ufrj.br/monografias/monopoli10013143.pdf>>. Acessado em: 18 de abril de 2017.

TELECURSO 2000 PROFISSIONALIZANTE. **Elementos de máquina**. São Paulo: Editora Globo,1996.

YOUNG, Hugh. D.; FREEDMAN, Roger. A. **Física 1: Mecânica**. 14. Ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2015. 432p.